

El producto potencial en Colombia: una estimación bajo var estructural

Martha Misas A.¹
Enrique López E.¹

I. INTRODUCCIÓN

Hoy en día es corriente la utilización de estimativos del producto potencial en modelos macroeconómicos contruidos con fines predictivos. En estos modelos, la brecha entre el producto efectivo y el potencial es una variable esencial que determina la evolución de los precios y salarios.

Desde la publicación del trabajo de Nelson y Plosser (1982), que sugiere que las series del producto se caracterizan de manera más adecuada como series integradas, ha habido un creciente reconocimiento acerca de la dificultad de medir el componente permanente de esa variable, o producto potencial. La presencia de un componente permanente esto-

cástico implica que el producto potencial no pueda ser tratado como una tendencia determinística. Como resultado, varios métodos se han desarrollado para descubrir el componente transitorio.

El objetivo central de este trabajo es el de presentar un estimativo del producto potencial para Colombia, utilizando para ello el método de vectores autorregresivos estructurales (VAR estructural). En particular, el cálculo se apoya en el enfoque de Blanchard y Quah (1989), que utiliza un sistema de dos variables con el cual se obtiene una identificación exacta a partir de una restricción teórica de largo plazo.

II. DEFINICIÓN Y MEDIDAS DEL PRODUCTO POTENCIAL

A. Reflexiones iniciales

El producto potencial puede definirse como el nivel máximo de producción sostenible sin tensiones excesivas en la economía y, más precisamente, sin aceleración de la inflación. En tanto está determinado por la cantidad y la eficiencia de los factores

¹ Investigador Principal Subgerencia de Estudios Económicos Banco de la República. Agradecemos los valiosos comentarios y sugerencias hechos de manera generosa por Hernando Vargas, Hugo Oliveros y Carlos Esteban Posada. De manera muy especial las enseñanzas que sobre el tema de modelación VAR estructural recibimos de Luis Fernando Melo. Agradecemos también, los comentarios de los asistentes al Seminario de Fedesarrollo. Los errores u omisiones son responsabilidad exclusiva de los autores y no comprometen al Banco de la República ni a su Junta Directiva.

de producción disponibles, es un indicador de la oferta. Por su parte, la brecha del producto ("output gap") es la diferencia entre la producción efectiva y el nivel estimado de la producción potencial. Dado que el nivel de producción efectiva es determinado en el corto plazo por la demanda, la brecha es un indicador del desequilibrio entre la oferta potencial y la demanda. Técnicamente, el producto potencial se asocia con el componente permanente del producto. La brecha corresponde al componente transitorio.

Se debe hacer una reflexión sobre la noción de producto potencial que viene de definirse. Como se trata de una magnitud no observable, su evaluación se basa en diversas hipótesis estadísticas y teóricas. De hecho, el concepto tiene validez en un esquema teórico muy preciso: una economía en situación keynesiana -en que la demanda determina la producción-, con una curva de Phillips aumentada.

En la evaluación del crecimiento potencial también es necesario tener en cuenta el horizonte temporal. En particular, se debe considerar que el capital en el corto plazo es fijo y que en el mediano plazo es acumulable. La primera situación implica que la técnica de producción se determine de acuerdo con elecciones hechas en el pasado (putty-day), que los factores productivos sean complementarios y el producto potencial esté limitado por la disponibilidad de estos últimos. En el mediano plazo los factores son sustituibles entre sí.

Desde el punto de vista de la política económica, un nivel de producto real por encima del potencial, es visto como una fuente de presiones inflacionarias y una señal de que las autoridades deben endurecer su política. De esa forma, el aspecto esencial es la estimación de la utilización máxima factorial que evite la aparición de las presiones inflacionarias.

Un nivel de producto real por debajo del potencial tendrá opuestas implicaciones.

En el mediano plazo el problema se encuentra en la estimación de la velocidad a la cual el capital puede ser aumentado si se presentase un aumento de la demanda. Surge también la problemática de la evolución y los determinantes del ritmo de progreso técnico.

B. Medición del producto potencial

En la medición del producto potencial compiten diversos enfoques: indicadores directos de la brecha del producto, métodos estructurales de estimación de la función de producción y métodos estadísticos de extracción de la tendencia.

En el primer caso, se busca determinar las limitaciones de la oferta en el corto plazo con una determinada dotación de factores. Se utiliza la información generada en las encuestas cualitativas, a partir de preguntas que indagan por la capacidad de las empresas para aumentar su producción enganchando trabajadores. La producción potencial se calcula sumando a la producción efectiva la diferencia entre la tasa del margen de capacidad disponible y un nivel compatible con la ausencia de tensiones sobre el mercado de bienes.

La crítica esencial a este método es de orden estadístico. La tasa de margen de la capacidad instalada es un dato disponible únicamente para la industria. Es además un dato de encuesta con carácter subjetivo y que debe ser utilizado con prudencia.

En el enfoque de funciones de producción la medida del producto potencial se basa en una representación de este tipo de funciones, en una medida de los factores de producción disponibles y en un aná-

lisis del funcionamiento de los mercados factoriales. En teoría el enfoque permite evaluar los efectos de los cambios estructurales asociados a modificaciones del ritmo de progreso técnico, el ritmo de acumulación de capital, etc. De esa forma, de manera explícita se podrían mostrar los factores explicativos del crecimiento potencial.

Siguiendo una larga tradición macroeconómica la función de producción se representa como una Cobb-Douglas, con factores sustituibles aún en el corto plazo. Sin embargo, esta característica va en contra del concepto mismo de producto potencial que exige que en el corto plazo la tecnología sea fija, en tanto el capital instalado también lo es y depende de las inversiones pasadas².

Las estimaciones estadísticas tradicionales del producto potencial ajustan el logaritmo de la producción a una simple tendencia lineal o cuadrática, o efectúan una suavizamiento temporal (media móvil o suavizamiento exponencial)³. Otro procedimiento estima tendencias lineales segmentadas, uniendo los "picos" del ciclo económico⁴.

Dentro de los métodos más sofisticados se encuentra el filtro de Hodrick-Prescott (HP), que selecciona la tendencia que minimice la expresión (1):

$$\sum_{t=1}^N (Y_t - T_t)^2 + \lambda \sum_{t=2}^N (\Delta T_t - \Delta T_{t-1})^2 \quad (1)$$

² Enfoque utilizado por Prieto W. y Rodríguez N. (1997) "Una Aproximación al PIB Potencial en Colombia: El Enfoque de una Función de Producción" Mimeo SGEE Banco de la República. También por Sánchez F. (1992) "El Cálculo del PIB Potencial en Colombia: Una Nota Metodológica" Revista *Coyuntura Económica* de Fedesarrollo.

³ Ver una utilización de esta metodología en Ripoll M., Misas M. y López E. (1995) "Una Descripción del Ciclo Industrial en Colombia" Borradores Semanales de Economía No.33.

⁴ Ver Birchenall J. (1997) "El Cálculo del PIB Potencial en Colombia" Archivos de Macroeconomía del DNP.

donde Y representa la producción y T la tendencia. Un aspecto muy cuestionado del filtro HP es su dependencia del parámetro λ , el cual determina que la restricción de variabilidad de la tendencia este de acuerdo a la decisión del modelador⁵. También se ha argüido que el comportamiento cíclico que genera este filtro es espurio, cuando se utiliza con datos integrados o quasi-integrados⁶.

La descomposición de Beveridge y Nelson permite extraer una componente permanente no estacionario al que se atribuye el movimiento en el tiempo de la serie. Este componente es especificado bajo la forma de una caminata aleatoria, en algunos casos con una tendencia determinista. El componente transitorio es, por su parte, estacionario y se interpreta como la parte cíclica.

Guay y St-Amand (1996), plantean de forma general que tanto el filtro de Hodrick-Prescott como el de Beveridge y Nelson tienen un pobre desempeño en la identificación de los componentes cíclicos de las series de tiempo que poseen un espectro o pseudo-espectro con el perfil típico de Granger. Este último, característico de la mayoría de las series de tiempo macroeconómicas⁷.

⁵ Ver una aplicación para Colombia en los trabajos de Misas M. y Oliveros H. (1994) "Cálculo del PIB Potencial en Colombia" Mimeo SGEE Banco de la República. También en Junguito R., López E. Misas M. y Sarmiento E. (1995) "La Edificación y la Política Macroeconómica" Borradores Semanales de Economía SGEE Banco de la República No.41. Melo Luis F. y Riascos A. proponen un tratamiento original a la problemática del parámetro de Suavización. Ver su trabajo de 1997 titulado "El Producto Potencial Utilizando el Filtro de Hodrick-Prescott con Parámetro de Suavización Variable y Ajustado por Inflación: Una Aplicación para Colombia" Borradores Semanales de Economía No.83.

⁶ Cogley, T. y J. Nason (1995) "Effects of the Hodrick Prescott Filter on Trend and Difference Stationary Time Series: Implications for Business Cycle Research" *Journal of Economic Dynamics and Control* 19 : 258-278.

⁷ Guay, A. y P. St-Amand (1996) "Do mechanical Filters Provide a Good Approximation of Business Cycle" Technical Report No. 78. Ottawa. Bank of Canada.

Los modelos de componentes no observables (Filtro de Kalman⁸) permiten una descomposición más elaborada, con tres componentes : tendencia, ciclo e irregular. En este caso la forma del componente cíclico se especifica explícitamente. La tendencia obtenida se asimila a los efectos permanentes de los choques de oferta y, en ese sentido, se interpreta como producción potencial⁹.

El presente documento estima el producto potencial con la metodología de vectores autorregresivos estructurales desarrollada por Shapiro y Watson (1988) y Blanchard y Quah (1989). La metodología involucra la estimación de un modelo vectorial autoregresivo (VAR). Una vez realizada esta etapa se identifican diferentes tipos de choques, de acuerdo a unos supuestos basados en la teoría y que definen el comportamiento de la economía en el largo plazo.

El enfoque posee muchas ventajas sobre los métodos estadísticos descritos en esta sección. Su mayor contenido económico, en primer lugar, permite interpretar los choques que se encuentran en el origen de las fluctuaciones del producto potencial. También permite estimar la dinámica transicional que se presenta con posterioridad a los choques permanentes. Así mismo, en tanto la estimación se basa en un modelo estadístico, se pueden calcular intervalos de confianza lo cual permite medir la incertidumbre asociada a las mediciones de la brecha del producto y al producto potencial. De otro lado, al no requerir la imposición de un parámetro de suavización sub-

jetivo presenta una gran ventaja sobre el método de Hodrick-Prescott¹⁰.

La comparación de estimativos de Producto Potencial para E.U. construidos con los diversos métodos, ha mostrado que el construido con la metodología VAR estructural es el único que permite la construcción de una brecha con las frecuencias del ciclo económico definidas por Burns y Mitchell, con una duración entre 6 y 32 trimestres¹¹.

III. ESTIMACIÓN DEL PRODUCTO POTENCIAL A PARTIR DE UN VAR ESTRUCTURAL, METODOLOGÍA DE RESTRICCIONES DE LARGO PLAZO: BLANCHARD Y QUAH (1989)

Blanchard y Quah asumen que existe la posibilidad de que el producto sea afectado por más de un tipo de perturbación, por ello se explota la información de otras variables macroeconómicas, en este caso la tasa de desempleo. En su sistema existen dos tipos de perturbaciones, cada una no correlacionada con la otra, y ninguna con efecto de largo plazo sobre el desempleo. Se asume que el primer tipo de perturbación tiene un efecto de largo plazo sobre el producto mientras que la segunda no.

Su interpretación de las perturbaciones con efectos permanentes como choques de oferta y de las perturbaciones con efectos transitorios como choques de demanda, se encuentra motivada por la visión keynesiana tradicional de las fluctuaciones económicas. La presencia de rigideces nominales lleva a que los choques de demanda tengan efectos de corto plazo sobre el producto y el desempleo, pero estos efectos desaparecen con el tiempo. Ninguna

⁸ Ver Harvey, A. (1990) Forecasting, Structural time series models and the Kalman Filter.

⁹ Ver una presentación crítica de este método en Dupasquier Ch., Guay A. y P. St-Amant (1997) "A comparison of Alternative Methodologies for Estimating Potential Output and the Output Gap" *Working Paper Bank Of Canada*.

¹⁰ De acuerdo al trabajo de Deserres Alain et al. (1995) "Estimating and Projecting Potential Output Using Structural VAR Methodology" mimeo Banco de Canada

¹¹ Dupasquier Ch. et al . Op. Cit.

de estas perturbaciones tiene un impacto de largo plazo sobre el desempleo.

En consecuencia, bajo su metodología se investigan los efectos dinámicos de perturbaciones o "shocks" de naturaleza dicótoma sobre un sistema bivariado estacionario¹² como el planteado en (2), bajo el supuesto de que el "shock": ε_{1t} , no tiene efecto de largo plazo sobre el nivel de la variable y_t en tanto que, el "shock": ε_{2t} , si afecta tal nivel en el largo plazo. En el caso de dos variables, tal restricción de largo plazo se conforma como la restricción adicional que posibilita, de acuerdo al modelo C¹³ presentado por Amisano y Giannini (1997) presentado en detalle en el Anexo 1, la fase de identificación.

Partiendo del sistema bivariado estacionario de variables X_t y del vector de "shocks" estructurales presentados a continuación:

$$X_t = \begin{bmatrix} \Delta y_t \\ z_t \end{bmatrix} \quad \varepsilon_t = \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{bmatrix} \quad (2)$$

el primer paso de la metodología consiste en estimar el modelo VAR¹⁴ estándar adecuado¹⁵ sobre el sistema bivariado X_t :

$$X_t = A_1 X_{t-1} + \dots + A_p X_{t-p} + e_t \quad (3)$$

¹² Donde Δy_t y z_t deben ser estacionarias. La metodología requiere que la variable y_t sea integrada de orden uno, I(1). En caso de que z_t no sea estacionaria, ésta debe ser diferenciada.

¹³ En este modelo se parte de la siguiente representación VAR estándar: $A(L)Y_t = e_t$ de tal forma que sus errores están relacionados con los estructurales mediante la matriz C, así: $e_t = C\varepsilon_t$ donde $E[\varepsilon_t] = 0$ y $E[\varepsilon_t \varepsilon_t'] = I$. La Matriz C puede ser derivada de la igualdad: $\Sigma_e = CC'$.

¹⁴ El modelo puede considerar distintas componentes determinísticas.

¹⁵ Residuales ruido blanco multivariado.

con matriz de varianza-covarianza: Σ_e . Dado que el sistema es estacionario, bajo el teorema de descomposición de Wold, (3) tiene la siguiente representación VMA:

$$X_t = \Phi_0 e_t + \Phi_1 e_{t-1} + \Phi_2 e_{t-2} + \dots \quad (4)$$

donde $\Phi_0 = I_2$

Igualmente, el sistema puede ser planteado a través de los "shocks" estructurales:

$$X_t = C_0 \varepsilon_t + C_1 \varepsilon_{t-1} + C_2 \varepsilon_{t-2} + \dots \quad (5)$$

de tal forma que (5) puede presentarse a través de las ecuaciones¹⁶ (6) y (7):

$$\Delta y_t = \sum_{k=0}^{\infty} c_{11}(k) \varepsilon_{1t-k} + \sum_{k=0}^{\infty} c_{12}(k) \varepsilon_{2t-k} \quad (6)$$

$$z_t = \sum_{k=0}^{\infty} c_{21}(k) \varepsilon_{1t-k} + \sum_{k=0}^{\infty} c_{22}(k) \varepsilon_{2t-k} \quad (7)$$

donde las perturbaciones ε_{1t} y ε_{2t} son independientes y ruido blanco con matriz de varianza-covarianza:

$$\Omega = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

La dicotomía entre los efectos temporales y permanentes permite una completa identificación de las innovaciones estructurales a partir de los residuales estimados a través del VAR estándar. El hecho de que ε_{1t} no tenga efectos de largo plazo sobre y_t significa a nivel ecuacional que:

¹⁶ En forma compacta:

$$\begin{bmatrix} \Delta y_t \\ z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11}(L) & C_{12}(L) \\ C_{21}(L) & C_{22}(L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{bmatrix}, \text{ donde}$$

$C_{ij}(i, j = 1, 2)$ son los polinomios en el operador de rezago.

$$\sum_{k=0}^{\infty} c_{11}(k) \varepsilon_{1t-k} = 0 \quad (9)$$

De las ecuaciones (4) y (5) se tiene que:

$$\Phi(L)e_t = C(L)\varepsilon_t \quad (10)$$

y suponiendo que C_0 es no singular (10) puede ser reescrita como sigue:

$$\Phi(L)e_t = C(L) C_0^{-1} C_0 \varepsilon_t \quad (11)$$

de donde se deriva que:

$$\Phi(L) = C(L)C_0^{-1} \quad (12)$$

$$e_t = C_0 \varepsilon_t \quad (13)$$

así, esta metodología pertenece al modelo tipo C , presentado en el Anexo 1. Es decir, los residuales del VAR estándar: e_{1t} y e_{2t} son combinaciones lineales de las innovaciones o "shocks" estructurales: ε_{1t} y ε_{2t} . En este caso, tales combinaciones son presentadas en el siguiente par de ecuaciones:

$$e_{1t} = c_{11}(0)\varepsilon_{1t} + c_{12}(0)\varepsilon_{2t} \quad (14)$$

$$e_{2t} = c_{21}(0)\varepsilon_{1t} + c_{22}(0)\varepsilon_{2t}$$

las cuales pueden representarse en forma compacta:

$$\begin{bmatrix} e_{1t} \\ e_{2t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11}(0) & C_{12}(0) \\ C_{21}(0) & C_{22}(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{bmatrix} \quad (15)$$

de (15) se generan 3 ecuaciones¹⁷ con 4 incógnitas¹⁸ de la siguiente manera:

¹⁷ $((n^2 + n)/2 = 3; \text{ cuando } n=2)$

¹⁸ $\{c_{11}(0), c_{12}(0), c_{21}(0), c_{22}(0)\}$

$$\begin{aligned} \text{Var}(e_{1t}) &= c_{11}^2(0) + c_{12}^2(0) \\ \text{Var}(e_{2t}) &= c_{21}^2(0) + c_{22}^2(0) \\ \text{Cov}(e_{1t}, e_{2t}) &= c_{11}(0)c_{21}(0) + c_{12}(0)c_{22}(0) \end{aligned} \quad (16)$$

por consiguiente, de acuerdo al modelo C , para alcanzar la identificación se hace necesario definir una cuarta restricción¹⁹. Tal restricción, en este caso, está asociada al supuesto de que el "shock" ε_{1t} no tiene efecto de largo plazo sobre el nivel de la variable y_t . Siguiendo los desarrollos algebraicos presentados por Enders (1995), la cuarta restricción está consignada en la siguiente ecuación:

$$\left[1 - \sum_{k=0}^p a_{22}(k) \right] c_{11}(0) + \sum_{k=0}^p a_{12}(k) c_{21}(0) = 0 \quad (17)$$

Así, la solución del sistema de ecuaciones conformado por (16) y (17) permite determinar²⁰ la matriz C_0 .

La recuperación de los "shocks" estructurales $\{\varepsilon_{1t}\}$ y $\{\varepsilon_{2t}\}$ a partir de los residuales del VAR estándar $\{e_{1t}\}$ y $\{e_{2t}\}$ se puede llevar a cabo a través de las ecuaciones presentadas en (14).

En la ecuación (6), Δy_t se plantea como la suma de sus componentes permanente y transitorio, por consiguiente, una vez recuperados los "shocks" estructurales, los cambios permanentes en y_t pueden ser obtenidos como sigue:

$$\Delta y_t = \sum_{k=0}^{\infty} c_{12}(k) \varepsilon_{2t-k} \quad (18)$$

IV. CONSTRUCCIÓN DEL PIB POTENCIAL O DEL CORRESPONDIENTE "GAP" BAJO LA METODOLOGÍA DE BLANCHARD Y QUAH (1989)

Dadas las consideraciones anteriores, se realizó la estimación del PIB potencial o del "gap" del producto bajo la metodología de Blanchard y Quah (1989) para el período comprendido entre el primer trimes-

¹⁹ Es decir una restricción adicional, $((n^2-n)/2 = 1; \text{ cuando } n=2)$

tre de 1980 y el cuarto trimestre de 1996. La estimación parte de un sistema bivariado similar al presentado en (9), donde las variables bajo análisis son el PIB real bajo logaritmo y la tasa de desempleo, es decir:

$$\Delta y_t = \Delta \ln(\text{PIB real}) \text{ y } z_t = \text{Tasa de desempleo}$$

Conforme a lo planteado anteriormente, los "shocks" son interpretados como de demanda y de oferta, de tal forma que, de acuerdo a la hipótesis de la tasa

²⁰ Dado que el sistema es no lineal se produce un conjunto solución de cuatro cuádruplas, la determinación de la matriz C_0 se hará con la cuádrupla que produzca en el análisis de impulso-respuesta resultados coherentes con la teoría económica. Si definimos en (2) a ε_{2t} como el "shock" que no tiene efectos de largo plazo sobre la variable y_t y se utiliza el manejo matricial presentado, entre otros, por L. F. Melo et al. (1997), se consigue una única solución para la construcción de la matriz C_0 . Como se deriva de la ecuación (12)

$$C_0 = \Phi^{-1}(L) C(L) \quad (a)$$

$$\text{en particular: } C_0 = \Phi^{-1}(1) C(1) \quad (b)$$

$$\text{donde: } \Phi(1) = (I - A_1 - \dots - A_p)^{-1} \quad (c)$$

si se define la matriz F de la siguiente manera:

$$F = \Phi(1) \sum_{i=0}^{\infty} \Phi(1)' \quad (d)$$

a través de la ecuación (35), F puede reescribirse como:

$$F = \Phi(1) C_0 C_0' \Phi(1)' \quad (e)$$

reemplazando a C_0 por su definición (b) se tiene que:

$$F = C(1) C(1)' \quad (f)$$

donde $C(1)$ puede también expresarse en términos de las matrices C_j de la ecuación (5) así:

$$C(1) = \sum_{j=0}^{\infty} C_j \quad (g)$$

donde utilizando la restricción de largo plazo del "shock": se tiene que:

$$C(1) = \begin{bmatrix} \sum_{i=0}^{\infty} C_{i,11} & 0 \\ \sum_{i=0}^{\infty} C_{i,21} & \sum_{i=0}^{\infty} C_{i,22} \end{bmatrix} \quad (h)$$

utilizando las representaciones (f) y (h) de F y $C(1)$, respectivamente, la matriz $C(1)$ puede ser estimada mediante la descomposición de Choleski de la matriz F , bajo la representación (d). En tanto que, C_0 puede ser determinada de manera única a través de la ecuación (b).

natural los "shocks" de demanda no tienen efectos de largo plazo sobre el producto real. Es de señalar que el sistema, además de los rezagos de las endógenas, incluye como variables determinísticas al intercepto y a un conjunto de variables "dummies" centradas, éstas con el objeto de capturar comportamientos estacionales.

Con el propósito de establecer la condición de estacionariedad del sistema se lleva a cabo la determinación del orden de integración de las series en consideración. En el Cuadro 1 se presentan los resultados de las pruebas DF y KPSS sobre el orden de integración de las series bajo estudio, para el período de referencia. Los resultados de las pruebas permiten concluir que, a un nivel de significancia del 5,0%, el PIB real bajo logaritmo es integrado de orden uno, en tanto que, su primera diferencia es estacionaria. Bajo la prueba de Dickey-Fuller y a un nivel de significancia del 10,0% se encuentra que la tasa de desempleo es estacionaria, un resultado similar, tanto a un 5,0% como a un 10,0% de significancia, se obtiene a través de la prueba de KPSS.

Es de señalar que, dado que las dos series²¹ son estacionarias, la comprobación de la estacionariedad individual de las series se convierte en una condición suficiente de verificación de la estacionariedad del sistema. Es de recordar que, el ejercicio de construcción del PIB potencial puede ser llevado a cabo siempre y cuando la variable PIB real, bajo logaritmo, sea integrada de orden 1, $I(1)$, de acuerdo a la descomposición de Beveridge y Nelson (1981). Por consiguiente, los resultados presentados en el Cuadro 1 soportan el desarrollo del ejercicio.

El primer paso en el proceso de estimación del VAR estándar es la determinación de la longitud del re-

²¹ $\Delta y_t = \Delta \ln(\text{PIB real})$ y $z_t = \text{tasa de desempleo}$.

Cuadro 1. PRUEBAS SOBRE EXISTENCIA DE RAÍZ UNITARIA

Variables	Prueba Dickey-Fuller			Prueba KPSS ^a	
	Estadística	Valores Críticos ($\alpha=5\%$, $\alpha=10\%$)	Ljung-Box ^b sobre residuales	Estadística	Valores críticos ($\alpha=5\%$, $\alpha=10\%$)
Ln (PIB real)	$\tau_{\tau} = -3.1280$	-3.48 y -3.16	19.31 (0.25)	$\eta_{\tau} = 0.1578$	0.146 y 0.119
D ln (PIB real)	$\tau_{\mu} = -4.2790$	-2.91 y -2.59	14.48 (0.56)	$\eta_{\mu} = 0.3873$	0.463 y 0.347
Tasa de desempleo	$\tau_{\mu} = -2.8576$	-2.90 y -2.59	15.38 (0.50)	$\eta_{\mu} = 0.2193$	0.463 y 0.347

^a En el cálculo de la ventana de Bartlett se utiliza L8.
^b Estadística calculada utilizando un número de observaciones igual a T/4, entre paréntesis se reporta su P-Value.

zago, ésta se lleva a cabo mediante el uso de: i) criterios de información como los de Akaike (AIC), Schwarz (SC) y Hannan-Quinn (HQ), Judge et al. 1985 y 1988 y ii) pruebas sobre ruido blanco y normalidad multivariada.

Específicamente, la verificación de ruido blanco multivariado se lleva a cabo a través de una prueba tipo Portmanteau, en tanto que, la verificación sobre normalidad multivariada se realiza a través de una prueba basada en criterios de apuntamiento y asimetría, Lutkepohl 1993.

El Cuadro 2 presenta los resultados de los criterios de información²². Como se deriva de éste, bajo los criterios (AIC) y (HQ) el rezago óptimo es 3, en tanto que, el criterio (SC) señala a 1 como la longitud adecuada. En el Cuadro 3 se presentan los resultados de las pruebas multivariadas de ruido blanco y normalidad llevadas a cabo sobre los residuales de los modelos VAR estimados bajo la consideración de 1 y 3 rezagos, respectivamente. Debido al reque-

rimiento de no autocorrelación en los residuales del VAR estándar, exigida por la metodología VAR estructural, las pruebas presentadas en el cuadro 3 determinan a 3 como el número óptimo de rezagos que deben ser considerados en la fase de estimación.

Una vez determinado el orden del VAR, se pasa a la etapa de estimación del modelo VAR(3) estándar, el cual considera intercepto y "dummies" estacionales y cuya forma en este caso es²³:

Cuadro 2. CRITERIOS DE INFORMACIÓN

Rezagos	Criterios de información		
	Akaike	Schwarz	Hannan-Quinn
1	-8.23242	-8.09157	-8.17744
2	-8.17716	-7.89546	-8.06719
3	-8.39670	-7.97415	-8.23175
4	-8.39403	-7.83063	-8.17410
5	-8.36055	-7.65630	-8.08564
6	-8.27322	-7.42812	-7.94333
7	-8.20018	-7.21423	-7.81531
8	-8.26749	-7.14069	-7.82763

²² Es de recordar que, los criterios deben utilizar, bajo cada longitud de rezago, el mismo tamaño de muestra. Por consiguiente, la muestra de análisis corresponde al período 1982.1 - 1996.4.

²³ El desarrollo econométrico del trabajo aquí realizado se llevó a cabo a través del módulo IML de SAS, Versión 6.12.

$$\begin{bmatrix} \Delta y_t \\ z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 \\ b_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} DQ1_t \\ DQ2_t \\ DQ3_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11,1} & a_{12,1} \\ a_{21,1} & a_{22,1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta y_{t-1} \\ z_{t-1} \end{bmatrix} + \dots + \begin{bmatrix} a_{11,3} & a_{12,3} \\ a_{21,3} & a_{22,3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta y_{t-3} \\ z_{t-3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{1t} \\ e_{2t} \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$X_t = A_0 + d \quad DQ_t + A_1 \quad X_{t-1} + \dots + A_3 \quad X_{t-3} + e_t$$

de tal manera que la estimación da como resultado las siguientes matrices de coeficientes con sus correspondientes valores "t" entre paréntesis:

$$\hat{A}_0 = \begin{bmatrix} 0.0126 \\ (0.863) \\ 1.046 \\ (1.698) \end{bmatrix}$$

$$\hat{A}_1 = \begin{bmatrix} -0.646 & -0.004 \\ (-5.54) & (-1.26) \\ -5.968 & 0.799 \\ (-1.21) & (5.98) \end{bmatrix}$$

$$\hat{A}_2 = \begin{bmatrix} -0.455 & -0.0003 \\ (-3.46) & (-0.086) \\ -4.233 & 0.267 \\ (-0.763) & (1.539) \end{bmatrix}$$

$$\hat{A}_3 = \begin{bmatrix} -0.508 & 0.005 \\ (-4.42) & (1.65) \\ -4.213 & -0.149 \\ (-0.867) & (-1.075) \end{bmatrix}$$

$$\hat{d} = \begin{bmatrix} -0.0506 & 0.0042 & 0.0024 \\ (-3.32) & (0.287) & (0.1373) \\ 1.9696 & 0.2437 & -0.492 \\ (3.061) & (0.392) & (-0.66) \end{bmatrix}$$

con la matriz estimada de VAR-COV de los residuales igual a:

$$\Sigma_e = \begin{bmatrix} 0.0003624 & 0.0005456 \\ 0.0005456 & 0.6466658 \end{bmatrix}$$

Dada la anterior matriz estimada de varianza-covarianza de los residuales y el hecho de que:

$$1 - \sum_{k=0}^3 a_{22}(k) = 0.0826296$$

$$\sum_{k=0}^3 a_{12}(k) = 0.0010295$$

de (15) y (16) se tiene el siguiente sistema de ecuaciones no lineales:

$$\begin{aligned} 0.0003624 &= c_{11}^2(0) + c_{12}^2(0) \\ 0.6466658 &= c_{21}^2(0) + c_{22}^2(0) \\ 0.0005456 &= c_{11}^{11}(0) c_{21}(0) + c_{12}(0) c_{22}(0) \\ 0 &= 0.0826296 c_{11}(0) + 0.0010295 c_{21}(0) \end{aligned}$$

con un conjunto de soluciones conformado de la siguiente manera :

$$\begin{aligned} c_{11}(0) &= \\ 1 &: [-8.65338882652927e-3] \\ 2 &: [8.65338882652927e-3] \end{aligned}$$

Cuadro 3. RESULTADOS DE LA PRUEBAS MULTIVARIADAS: RUIDO BLANCO Y NORMALIDAD DE LOS RESIDUALES

p	Ruido blanco	Normalidad		
	Pormanteu ajustado	Asimetría	Apuntamiento	Conjunta
	\bar{P}_h $x^2(k^2(h-p))$	$\hat{\lambda}_1$ $x^2(k)$	$\hat{\lambda}_2$ $x^2(k)$	$\hat{\lambda}_3$ $x^2(2k)$
1	60.139 (0.0531)	2.049 (0.3588)	5.090 (0.0784)	7.139 (0.1286)
3	41.945 (0.2287)	2.146 (0.3419)	7.006 (0.0300)	9.153 (0.0573)

Entre paréntesis se reporta el P-Value asociado a cada una de la pruebas.

3 : [-8.65338882652927e-3]

4 : [8.65338882652927e-3]

$c_{12}(0)=$

1 : [-1.676063429041091e-2]

2 : [-1.676063429041091e-2]

3 : [1.676063429041091e-2]

4 : [1.676063429041091e-2]

$c_{21}(0)=$

1 : [0.6945372096945932]

2 : [-0.6945372096945932]

3 : [0.6945372096945932]

4 : [-0.6945372096945932]

$c_{22}(0)=$

1 : [-0.3905461104013823]

2 : [-0.3905461104013823]

3 : [0.3905461104013823]

4 : [0.3905461104013823]

Así, a partir del conjunto de soluciones, pueden ser construidas cuatro matrices tipo C_o . Sin embargo, la selección de la matriz C_o adecuada solo se lleva a cabo a partir de los resultados obtenidos bajo el análisis de impulso-respuesta. Es de anotar que, cada una de las matrices tipo C_o tiene asociado un análisis de impulso-respuesta, de tal forma que, la coherencia entre éste y la teoría económica permite la selección correcta de dicha matriz, la cual posibilitará la recuperación de los "shocks" estructurales y a su vez la construcción del PIB potencial y del correspondiente "gap". Cabe señalar que en este caso se seleccionó la cuarta solución²⁴.

²⁴ Las restantes tres soluciones son descartadas debido a que en el análisis de sus respectivas funciones de impulso-respuesta se observan resultados contradictorios con el modelo teórico. Por ejemplo, en el caso de la primera o de la tercera solución se genera, ante un "shock" de demanda, una caída del producto real. Al utilizar la segunda solución, ante un "shock" de oferta se presenta una disminución en la tasa de desempleo. Los diferentes escenarios de impulso-respuesta pueden ser consultados con los autores.

A. Resultados y cálculo del PIB potencial

A continuación se presentan los resultados de la aplicación del modelo de Blanchard-Quah a las series colombianas. En la primera parte se presenta la descomposición de la varianza del error de pronóstico para el crecimiento trimestral del producto y la tasa de desempleo. Se presentan los impulso-respuesta del producto y la tasa de desempleo a la demanda y la oferta. Finalmente, se presenta el cálculo del PIB potencial y la brecha del producto.

1. Descomposición de varianza

La descomposición de varianza que se presenta en el Cuadro 4 permite medir la importancia relativa de los "shocks" de oferta y de demanda considerando diferentes horizontes.

En el cuadro se define el error de pronóstico en el producto como la diferencia entre el valor actual del producto y su proyección utilizando el procedimiento de Blanchard-Quah. El error se debe a los choques de demanda y de oferta no anticipados. Al no estar correlacionados los choques, la proporción de la varianza del error de pronóstico del crecimiento trimestral en el producto originada por los dos tipos de impactos suma 100 por ciento. Esto resulta ser cierto también para el caso de la tasa de desempleo.

El cuadro sugiere que los choques de oferta son los que explican una mayor proporción de la varianza del error de pronóstico del crecimiento trimestral del producto. En el largo plazo, dado que se ha impuesto la restricción de que los choques de demanda no tienen un efecto permanente sobre el producto, la proporción de la varianza explicada por los "shocks" de oferta gradualmente se acerca a 100%. En el caso de la tasa de desempleo, son los choques

Cuadro 4. PORCENTAJE DE LA VARIANZA DEL ERROR DE PRONÓSTICO DEBIDO A "SHOCKS" DE OFERTA Y DEMANDA

Horizonte	LPIB demanda	LPIB oferta	Tasa desempleo demanda	Tasa desempleo oferta
3	32,3	67,7	82,9	17,1
5	30,7	70,3	84,1	15,9
11	26,8	73,2	84,0	16,0
13	24,9	85,1	85,1	14,2
490	19,2	80,8	85,3	14,7
Largo plazo	0,00	100,0	85,3	14,7

de demanda los que explican una mayor proporción de su error de pronóstico en el corto plazo, 83%. En el largo plazo, la importancia de los choques de demanda se va incrementando hasta alcanzar un 85,3%, hecho que demuestra que estas perturbaciones son muy importantes para las fluctuaciones del desempleo en todos los horizontes.

2. Impulso respuesta

Los efectos dinámicos de las perturbaciones de oferta y demanda se presentan en el Gráfico 1, que recoge el análisis de impulso-respuesta sobre el logaritmo del PIB real y la tasa de desempleo²⁵. Los ejes verticales de las gráficas representan una u otra variable según sea el caso. Los ejes horizontales corresponden al tiempo en trimestres.

Ante un "shock" de demanda se produce un aumento en el logaritmo del PIB real. Posteriormente los efectos de la demanda declinan para finalmente desvanecerse después de más o menos cinco años.

²⁵ Los intervalos de confianza son contruidos siguiendo la técnica de Bootstraping con un nivel de confianza del 95%, considerando 5000 replicaciones. El programa utilizado para la estimación de dichos intervalos fue desarrollado por L. F. Melo.

Al mismo tiempo el choque de demanda lleva a una caída de la tasa de desempleo la cual posteriormente se incrementa paulatinamente hasta alcanzar cero.

Los impulsos respuesta del logaritmo del PIB real y de la tasa de desempleo pueden ser vistos como imágenes que se reflejan en un espejo²⁶. Este comportamiento sugiere una estrecha relación entre el producto y la tasa de desempleo cuando se presenta una perturbación de demanda. La respuesta de cada una de las variables sugiere un coeficiente implícito ligeramente superior a uno, lo cual significa una reacción mayor del producto frente a aquella de la tasa de desempleo.

Los efectos dinámicos son consistentes con la visión convencional que se tiene acerca del impacto de un aumento de la demanda sobre el desempleo y el producto. Estas variables reaccionan hasta el momento en que el ajuste de los precios y los salarios vuelven la economía al equilibrio.

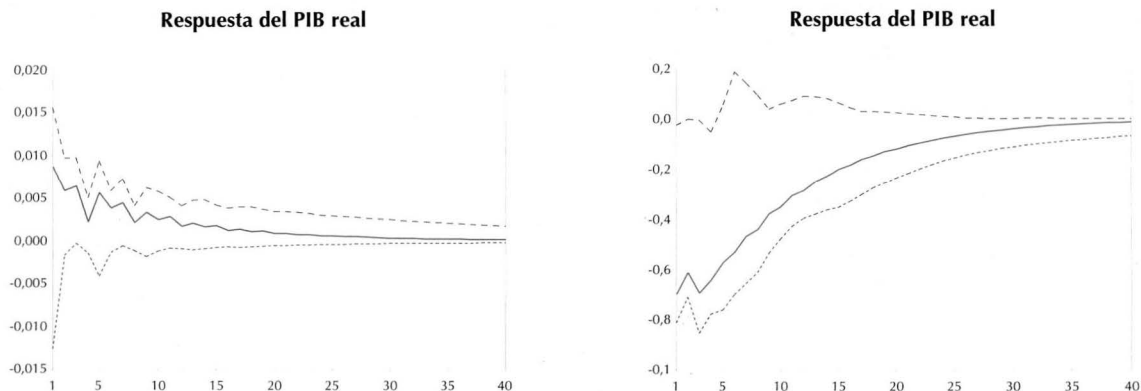
El PIB real, ante un "shock" de oferta, sufre un aumento inicial, un posterior decrecimiento para que finalmente se estabilice en un nivel aproximado de 0.007 (Gráfico 2). Ante el mismo choque la tasa de desempleo aumenta significativamente. Posteriormente, en el largo plazo, el efecto revierte y el desempleo vuelve a su valor de estado estacionario²⁷.

Estos resultados demuestran que los choques de oferta tienen un impacto permanente sobre el nivel del producto, mientras que el efecto sobre la tasa de desempleo desaparece a partir del quinto año.

²⁶ Blanchard y Quah, Op. Cit. p.662.

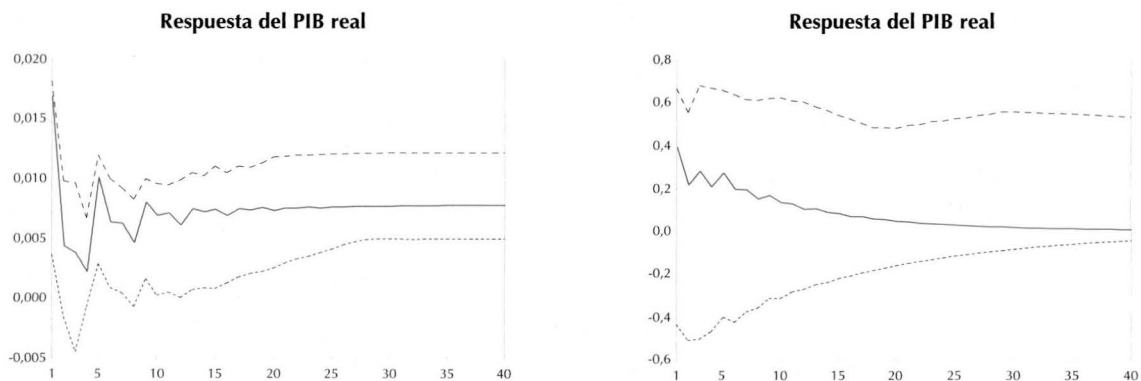
²⁷ En este caso, la respuesta de la tasa de desempleo podría ser nula, dados los intervalos de confianza contruidos. Este resultado sería factible si y solo si el choque de oferta no implica un desplazamiento de mano de obra.

Gráfico 1 RESPUESTA DEL PIB REAL Y DE LA TASA DE DESEMPLEO ANTE UN "SHOCK" DE DEMANDA



Fuente: Cálculos del autor.

Gráfico 2 RESPUESTA DEL PIB REAL Y DE LA TASA DE DESEMPLEO ANTE UN "SHOCK" DE OFERTA



Fuente: Cálculos del autor.

Los "shocks" de demanda también se desvanecen a partir de ese período.

3. Cálculo del producto potencial

La construcción del PIB potencial se deriva de la serie de cambios permanentes en $\{y_t\}$ definidos como:

$$PD\Delta y_t = PD(\Delta y_t) + \sum_{k=0}^{\infty} c_{12}(k)\varepsilon_{2t-k} \quad (20)$$

donde :

i): $PD(\Delta y_t)$: componente determinística y su estimación se lleva a cabo a través de la siguiente representación:

$$\begin{bmatrix} PD\Delta y_t \\ PDz_t \end{bmatrix} = (I - \hat{A}_1 - \hat{A}_2 - \hat{A}_3)^{-1} \begin{bmatrix} \hat{a}_0 \\ \hat{b}_0 \end{bmatrix} + \sum_{j=1}^3 \left\{ \begin{bmatrix} \hat{\Phi}_{11}^0 & \hat{\Phi}_{12}^0 \\ \hat{\Phi}_{21}^0 & \hat{\Phi}_{22}^0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{d}_{1j} \\ \hat{d}_{2j} \end{bmatrix} DQJ_t + \dots + \begin{bmatrix} \hat{\Phi}_{11}^{t-1} & \hat{\Phi}_{12}^{t-1} \\ \hat{\Phi}_{21}^{t-1} & \hat{\Phi}_{22}^{t-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{d}_{1j} \\ \hat{d}_{2j} \end{bmatrix} DQJ_t \right\} \quad (21)$$

siendo DQJ_i ($j=1,2,3$; $i=1,\dots,T$) el valor de las variables "dummies" centradas²⁸ en cada momento del tiempo y \hat{d}_{ij} elementos de la matriz \hat{d} .

ii): $\sum_{k=0}^{\infty} c_{12}(k) \varepsilon_{2t-k}$: componente permanente, el cual se deriva a partir de la relación planteada en (12) y de las estimaciones de C_0 y $\Phi(L)$, \hat{C}_0 y $\hat{\Phi}(L)$, como de la recuperación de los errores estructurales a través de (13), es decir:

$$\sum_{k=0}^h \hat{c}_{12}(k) \hat{\varepsilon}_{2t-k} \quad (22)$$

Es de señalar que, debido al truncamiento de la representación VMA infinita ($h < \infty$) que afecta a (22), la evaluación del "ajuste" de la estimación del cambio permanente $PD\Delta y_t$ se lleva a cabo, de manera indirecta, a través de la comparación entre la estimación completa de Δy_t y Δy_t observada²⁹. Es de recordar que para alcanzar la estimación completa de Δy_t , es necesario, a partir de los errores estructurales, estimar el componente transitorio :

$$\sum_{k=0}^h \hat{c}_{11}(k) \hat{\varepsilon}_{1t-k} \quad (23)$$

así, Δy_t estimado, $\Delta \hat{y}_t$, se determina de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \Delta \hat{y}_t &= PD(\Delta y_t) + \sum_{k=0}^h \hat{c}_{11}(k) \hat{\varepsilon}_{1t-k} + \sum_{k=0}^h \hat{c}_{12}(k) \hat{\varepsilon}_{2t-k} \\ &= PDy_t + \sum_{k=0}^h \hat{c}_{11}(k) \hat{\varepsilon}_{1t-k} \end{aligned} \quad (24)$$

El promedio de los errores absolutos porcentuales entre Δy_t y $\Delta \hat{y}_t$, considerando: i) el período 1981.1-1996.4 es igual a 12,87% ii) el período 1983.1-1996.4 es igual a 1,26% y iii) el período 1985.1-1996.4 es igual 0,664%. Es de señalar que, con base en estos resultados, la estimación del PIB potencial y por ende de su "gap" asociado se lleva a cabo para el período comprendido entre el primer trimestre de 1983 y el cuarto trimestre de 1996³⁰. Tal estimación puede efectuarse de manera directa a través del componente transitorio o como el diferencial entre el PIB observado bajo logaritmo y el componente permanente anteriormente definido. En este caso se consideró la vía del componente transitorio. Es de anotar que, para la integración del componente transitorio estimado Ty_t , (LPIBKT), se parte de un valor inicial igual al promedio de dicho componente durante el período 1983-1996. Dada la estimación anterior, el componente permanente del producto se deriva de la siguiente forma:

$$Py_t = y_t - Ty_t, \text{ (LPIBKP = LPIBK - LPIBKT)} \quad (25)$$

lo cual es equivalente, por construcción, al cálculo a partir de (20).

El Gráfico 3 presenta la evolución del "gap" del producto durante el período comprendido entre 1983 y 1996.

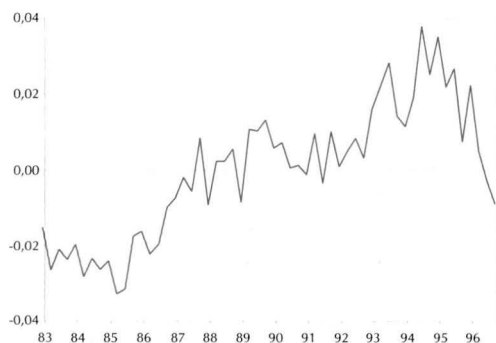
El estimativo del "gap" permite diferenciar dos etapas en el período examinado. La primera, comprendida

²⁸ Utilizadas con el fin de considerar en el modelo el comportamiento estacional del producto.

²⁹ Tal comparación se efectúa a través del error absoluto porcentual.

³⁰ A pesar de reportarse una estadística menor para la submuestra que inicia en 1985, la decisión de presentar los resultados desde 1983 se apoya en el número de observaciones que se perderían en otro caso.

Gráfico 3. "GAP" DEL PRODUCTO 1983-1996



Fuente: Cálculos del autor.

entre 1983 y 1988, corresponde a una debilidad durable del crecimiento efectivo. En la segunda etapa, que se extiende hasta finales de 1996, la economía pasa del régimen de brecha negativa al de brecha positiva.

El comportamiento del régimen de "gap" negativo provocó, a su vez, la reducción del crecimiento potencial. Esta conexión se dio por diversos canales. En primer lugar, el valor negativo del "gap" coincide con una elevada tasa de desempleo³¹ que degradó la cantidad y la calidad de la mano de obra y que llevo, como es natural, a que se disminuyera el nivel y la experiencia de esta última.

Se presentó también una disminución en el ritmo de acumulación de capital, que limitó las posibilidades posteriores de crecimiento al limitar las capacidades de producción³².

³¹ Este punto se puede constatar en Posada Carlos E. y A. González (1997) "El Mercado Laboral Urbano: Empleo, Desempleo y Salario Real en Colombia entre 1985 y 1986" Borradores de Economía No.84, Banco de la República.

³² Ver Partow, Z. (1996) "Incertidumbre Económica e Inversión Privada en Colombia" Borradores de Economía No. 56, Banco de la República.

Se desaceleró la productividad global de los factores, como fue documentado abundantemente como justificativo de la apertura económica, en un período de estancamiento poco propicio a las innovaciones tecnológicas.

Todas estas circunstancias se modificarían a partir de 1989. Sin embargo, como se observa en el gráfico, es a partir de 1991 y con posterioridad al choque de demanda que acompañó a la apertura, que la economía colombiana parece haber alcanzado su nuevo sendero de crecimiento potencial.

Con el fin de ilustrar este punto se presenta el Cuadro 5 que muestra el comportamiento del crecimiento anualizado potencial y efectivo de la economía en los dos últimos años. Se observa, como rasgo general, que las fluctuaciones del crecimiento potencial están correlacionadas con aquellas del crecimiento efectivo. El crecimiento efectivo es superior al potencial hasta el tercer trimestre de 1995, a partir de ese trimestre se observa una ruptura y la situación se invierte.

Si bien el crecimiento efectivo comienza a desacelerar de manera pronunciada a partir de ese punto de ruptura, es todavía prematuro determinar si la brecha negativa entre producción efectiva y potencial persistirá y será acumulativa. Como se desprende de la influencia retroactiva del crecimiento efectivo en el crecimiento potencial, constatada en la primera parte del período examinado.

V. CONCLUSIONES

En este trabajo se muestra cómo el producto potencial de la economía colombiana puede ser estimado utilizando para ello un enfoque derivado de la metodología VAR estructural, que posee muchas ventajas sobre otros enfoques. La aplicación del método permite observar cómo los choques de oferta y de demanda son la fuente de las fluctua-

Cuadro 5. CRECIMIENTO ANUAL POTENCIAL Y EFECTIVO DE LA ECONOMÍA COLOMBIANA

Trimestre	93,4	94,1	94,2	94,3	94,4	95,1	95,2	95,3	95,4	96,1	96,2	96,3	96,4
Potencial	3,7	4,8	5,2	4,9	5,5	4,4	4,3	5,0	5,5	5,8	5,5	5,0	4,0
Efectivo	5,4	6,0	5,8	5,3	5,8	5,5	5,5	5,7	5,4	4,8	4,0	2,9	2,1

Fuente: Dane, cálculos del autor.

ciones del producto potencial y el efectivo. Los choques de oferta resultan ser esenciales en las fluctuaciones del producto y los de demanda en la tasa de desempleo. También fue posible estimar las brechas que en diversos períodos se presentan entre el producto potencial y el efectivo.

Adicionalmente, cabe destacar que recientemente el crecimiento efectivo es inferior al potencial. Esto significa que la producción potencial no es actualmente una restricción al crecimiento y a la generación de empleo, como sí lo fuera a finales del decenio de los ochenta.

BIBLIOGRAFÍA

- Amisano, G. and C. Giannini. (1997). *Topics in Structural VAR Econometrics*. Second Edition, Springer.
- Beveridge, S. and C. Nelson (1981), "A New Approach to Decomposition of Economic Time Series into Permanent and Transitory Components with Particular Attention to Measurement of the Business Cycle", *Journal of Monetary Economics*, No. 7, March.
- Birchenall J. (1997), "El Cálculo del PIB Potencial en Colombia" *Archivos de Macroeconomía del DNP*.
- Blanchard, O. J. and D. Quah (1989), "The Dynamic Effects of Aggregate Demand and Supply Disturbances", *The American Economic Review*, No. 79, September.
- Burns, A. and W. Mitchell (1946), *Measuring Business Cycles*, New York: *NBER*.
- Cogley, T. and J. Nason (1995), "Effects of the Hodrick Prescott Filter on Trend and Difference Stationary Time Series : Implications for Business Cycle Research" *Journal of Economic Dynamics and Control* 19 : 258-278.
- Dickey, D.A. and W.A. Fuller (1981), "Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root", *Econometrica*, No. 49.
- Deserres, A. , A. Guay and P. St-Amand (1995), "Estimating and Projecting Output Using Structural VAR Methodology : Using Structural VAR Methodology: The Case of the Mexican Economy" *Working Paper 95-2. Bank Of Canada*.
- Dupasquier Ch., Guay A. and P. St-Amant (1997), "A Comparison of Alternative Methodologies for Estimating Potential Output and the Output Gap" *Working Paper Bank Of Canada*.
- Enders, W. (1995), *Applied Econometric Time Series*, John Wiley & Sons.
- Fillion J. F. et Léonard A. (1997), "La Courbe de Philips au Canada: un Examen de Quelques Hypothèses". *Document de Travail Banque du Canada*.
- Guay, A. and P. St-Amand (1996), "Do Mechanical Filters Provide a Good Approximation of Business Cycle" *Technical Report No. 78. Ottawa. Bank of Canada*.
- Harvey, C. A. (1990), *Forecasting, structural time series models and the Kalman filter*, Cambridge University Press.
- Hatanaka, M. (1996), *Time Series Based Econometrics, Unit Roots and Cointegration*, Advanced Text in Econometrics, Oxford University Press.
- Hodrick, R. and E. Prescott (1980), "Post-War US Business Cycles: An empirical investigation" (*Mimeo Carnegie-Mellon University*).
- Judge, G. et al. (1985), *The Theory and Practice of Econometrics*, second edition, John Wiley & Sons.
- Judge, G. et al. (1988). *Introduction to the Theory and Practice of Econometrics*, second edition, John Wiley & Sons.
- Junguito R., E. López ,M. Misas y E. Sarmiento (1995), "La Edificación y la Política Macroeconómica" *Borradores Semanales de Economía* SGEE Banco de la República No.41.
- Kwiatkowski, D., P.C.B. Phillips, P. Schmidt and Y. Sin (1992), "Testing the Null Hypothesis of Stationarity against the Alternative of a Unit Root: How Sure are we that the Economic Time Series have a Unit Root ?", *Journal of Econometrics* No. 54.
- Lutkepohl, H. (1993), *Introduction to Multiple Time Series Analysis*, Second Edition, Springer-Verlag.
- Melo, L.F., F. Hamann y J. D. Uribe (1997), "Un análisis de las medidas de inflación básica para Colombia", *mimeo* Banco de la República.
- Melo Luis F. y A. Riascos (1997), "El Producto Potencial Utilizando el Filtro de Hodrick-Prescott con Parámetro de Suavización Variable y Ajustado por Inflación: Una Aplicación para Colombia" *Borradores Semanales de Economía* No.83.
- Misas M. y H. Oliveros (1994), "Cálculo del PIB Potencial en Colombia" *mimeo* SGEE Banco de la República.
- Nelson, C. and C. Plosser (1982), "Trends and Random Walks in Macroeconomics Time Series", *Journal of Monetary Economics*, 10: 139-67.
- Partow, Z. (1996), "Incertidumbre Económica e Inversión Privada en Colombia" *Borradores de Economía* No. 56, Banco de la República.
- Posada Carlos E. y A. González (1997), "El Mercado Laboral Urbano : Empleo, Desempleo y Salario Real en Colombia entre 1985 y 1986" *Borradores de Economía* No.84., Banco de la República.
- Prieto W. y N. Rodríguez (1997), "Una Aproximación al PIB Potencial en Colombia : El Enfoque de una Función de Producción" *mimeo* SGEE Banco de la República.
- Ripoll M., M. Misas y E. López (1995), "Una Descripción del Ciclo Industrial en Colombia" *Borradores Semanales de Economía* No.33.
- Sánchez F. (1992), "El Cálculo del PIB Potencial en Colombia: Una Nota Metodológica" *Revista Coyuntura Económica* de Fedesarrollo.
- Sims, C. (1980) "Macroeconomics and Reality", *Econometrica* No. 48.
- Shapiro, M. y M.W. Watson (1988), "Sources of Business Cycle Fluctuations", *NBER Macroeconomics Annual*.

Como lo presenta Hatanaka (1996), las interrelaciones entre las variables macroeconómicas sugieren ciertos comportamientos regulares del pasado que afectan a las observaciones presentes. Sin embargo, dado que el pasado no determina completamente el presente, se genera una parte no explicada, que se asocia a un conjunto de "shocks" estocásticos de gran importancia en muchas de las teorías macroeconómicas.

En algunas ocasiones, las formas funcionales que gobiernan el conjunto de interrelaciones no son determinadas de manera específica por la teoría económica y es en este punto, donde la econometría ha adoptado al modelo lineal de ecuaciones simultáneas, presentado en (1), como método de aproximación.

$$B_o Y_t = B_1 Y_{t-1} + B_2 Y_{t-2} + \dots + \varepsilon_t \quad (1)$$

$\{\varepsilon_t\}$ iid donde $E[\varepsilon_t] = 0$ y $E[\varepsilon_t \varepsilon_t'] = \Omega$

siendo $\{Y_t\}$ y $\{\varepsilon_t\}$ procesos estocásticos vectoriales de orden k , observable y no observable, respectivamente. Las matrices de coeficientes¹: B_o, B_1, \dots reflejan los postulados de las diferentes teorías económicas sobre las interrelaciones de las variables bajo estudio.

Sims (1980) muestra cómo en la aplicación del modelo de ecuaciones simultáneas a la macroeconomía se requiere, para lograr la fase de identificación², de un conjunto de restricciones lineales o de exclusión no necesariamente soportadas por la teoría económica. Cabe mencionar que tales restricciones presuponen causalidades unidireccionales y definen como equivalentes³ a los conceptos de causalidad

y exogeneidad. Sims sugiere como modelo alternativo al sistema de ecuaciones simultáneas, el modelo VAR definido como sigue :

$$Y_t = v + A_1 Y_{t-1} + \dots + A_p Y_{t-p} + e_t \quad (2)$$

$$Y_t : (m \times 1) ; v : (m \times 1) ; A_i : (m \times m) \ i=1, \dots, p; e_t : (m \times 1)$$

m : número de variables

p : orden del VAR

Σ_e matriz de varianza-covarianza de los residuales
 $\{e_t\}$ es iid con media 0

La conexión entre el sistema de ecuaciones simultáneas (1) y el modelo VAR estándar (2) se tiene algebraicamente, puesto que el modelo presentado en (2) puede obtenerse a partir de la premultiplicación de (1) por B^{-1}_o , así:

$$\begin{aligned} A_1 &= B^{-1}_o B_1 \\ A_2 &= B^{-1}_o B_2 \\ &\vdots \\ e_t &= B^{-1}_o \varepsilon_t \end{aligned} \quad (3)$$

En general, un modelo VAR, como el descrito en (2), puede ser visto como un modelo de forma re-

² En general, el problema de la identificación se refiere a si se pueden estimar numéricamente los parámetros de las ecuaciones estructurales a partir de los coeficientes estimados de las formas reducidas. Dentro del sistema, una ecuación puede estar exactamente identificada o sobreidentificada, en el primer caso, se producen estimaciones únicas para los parámetros de las ecuaciones estructurales, en tanto que en el segundo, los parámetros estructurales pueden obtener más de un valor numérico. La base para la identificación del sistema de ecuaciones simultáneas es el conjunto de restricciones impuestas sobre el. Por consiguiente, es la teoría económica quien resuelve el problema de identificación, planteando de manera específica hipótesis de comportamiento sobre cada una de las ecuaciones del sistema.

³ En este contexto, tanto la dirección de la causalidad como la propiedad de exogeneidad son dadas y por consiguiente, no verificables.

¹ De orden $k \times k$ y B_o no singular.

ducida donde no se tiene como propósito explicar la relación contemporánea entre las variables del sistema. Sin embargo, dichas relaciones contemporáneas están implícitamente consideradas en la estructura de su matriz de varianza-covarianza Σ_e , de acuerdo con (3), y se extienden y mezclan en una estructura dinámica, como puede observarse al utilizar la representación VMA⁴ de (2). Tradicionalmente, el problema de la identificación del sistema primitivo, (1), a partir del VAR estándar, (2), se resuelve considerando la factorización de Choleski sugerida por Sims, que depende directamente del ordenamiento dado al conjunto de variables que conforman el sistema⁵. La descomposición de Choleski da el mínimo conjunto de supuestos que pueden ser utilizados para identificar el modelo primitivo. Por el contrario, la idea central en el VAR estructural es utilizar la teoría económica para la identificación del modelo primitivo y por ende, para la recuperación de los "shocks" estructurales⁶, $\{\varepsilon_t\} t=1, \dots, T$.

Como lo señalan Amisano y Giannini (1997), en la literatura reciente sobre VAR estructural empiezan a aparecer diferentes formas de modelar tal correlación contemporánea o en otras palabras, de alcanzar la fase de identificación del modelo primitivo, distintas a la tradicional descomposición de Choleski. Una de tales formas se conoce como modelo C⁷. Es de señalar que, la explicación presentada sobre el modelo C se debe a que el modelo de Blanchard y Quah (1989), objetivo de la modelación empírica en este trabajo,

pertenece a esta clase particular de modelos. Este modelo parte del siguiente VAR estándar:

$$A(L)Y_t = e_t \quad (4)$$

de tal forma que los errores de dicho VAR están relacionados con los errores estructurales a través de la matriz C de la siguiente forma:

$$e_t = C\varepsilon_t \quad (5)$$

cumpléndose que :

$$E[\varepsilon_t] = 0 \text{ y } E[\varepsilon_t \varepsilon_t'] = I \quad (6)$$

En este modelo se tiene una forma estructural que no presenta de manera explícita correlación contemporánea entre las variables endógenas del sistema. Cada variable es afectada por un conjunto de perturbaciones o "shocks" ortonormales cuyo efecto es modelado a través de la matriz C. La pregunta que se deriva de inmediato es: ¿Como se determina la matriz C?. Para dar respuesta a tal pregunta partimos del siguiente hecho conocido:

$$E[e_t e_t'] = E[C\varepsilon_t \varepsilon_t' C'] \quad (7)$$

por consiguiente, la matriz de varianza-covarianza del VAR estándar, Σ_e , será igual al producto de la matriz C por su traspuesta⁸, es decir:

⁴ Bajo dicha representación se tiene:

$$\Phi(1)v = A(1)^{-1}v = (I_k - A_1 - \dots - A_p)^{-1}v = \mu$$

$$\Phi_0 = I_k \text{ y } \Phi_i = \sum_{j=1}^{\min(p, i)} A_j \Phi_{i-j}$$

⁵ Es de anotar que, tal ordenamiento implícitamente genera diferentes grados de exogeneidad sobre las variables del sistema, los cuales no son probados dentro del procedimiento tradicional.

⁶ La idea bajo VAR estructural es conseguir los "shocks" estructurales utilizando teoría económica.

⁷ Existen dos modelos adicionales: i) El modelo K: $KA(L)Y_t = ke_t$, donde $Ke_t = \varepsilon_t$ cumpléndose: $E[\varepsilon_t] = 0$ y $E[\varepsilon_t \varepsilon_t'] = I_n$ es decir, la correlación contemporánea entre los elementos de y_t se modela a través de una matriz invertible K, dicho modelo puede ser interpretado como una forma estructural particular donde el vector de perturbaciones debe ser ortonormal. ii) El modelo AB: $AA(L)Y_t = Ae_t$ donde $Ae_t = B\varepsilon_t$ tal que: $E[\varepsilon_t] = 0$ y $E[\varepsilon_t \varepsilon_t'] = I_n$ y A y B matrices invertibles, en este tipo de modelo estructural es posible modelar explícitamente tanto las relaciones contemporáneas entre las variables endógenas como también el impacto de los "shocks" aleatorios ortonormales que golpean el sistema.

⁸ $E[C\varepsilon_t \varepsilon_t' C'] = CE[\varepsilon_t \varepsilon_t']C' = CI_k C' = CC'$

$$\Sigma_e = CC'$$

(8)

conociendo que a partir de la matriz Σ_e : se generan $(n^2 + n)/2$ ecuaciones y que sobre la matriz C se impone un número de restricciones iguales a $n(n+1)/2$,

se hace necesario, por tanto, la imposición de $(n^2 - n)/2$ restricciones adicionales. Así, es a través de este conjunto de ecuaciones e incógnitas que se dará respuesta a la pregunta sobre la forma como se determina la matriz C.