

# Neutralidad monetaria en la tasa de cambio real colombiana

---

*Andrés Felipe Arias L.  
Martha Misas A.<sup>1</sup>*

## RESUMEN

Identificamos y estimamos un modelo SVAR sobre las tasas de cambio real y nominal a través de la descomposición de Blanchard y Quah. Esto nos permite determinar la magnitud y la duración de los efectos de choques reales y nominales sobre las tasas de cambio real y nominal. Encontramos que las fuentes fundamentales de las fluctuaciones de la tasa de cambio real son factores reales. Nuestro primer resultado es que el efecto real de los choques nominales desaparece en menos de seis meses. En segundo lugar, que el tiempo de convergencia ha disminuido desde la implementación de las bandas cambiarias.

## I. INTRODUCCION

Durante la década de los 90 el tema principal de debate en Colombia ha sido la dinámica de la tasa de cambio real. La razón para esto es sencilla: el peso colombiano se ha apreciado significativamente durante los noventa. El Gráfico 1 muestra la evolución mensual del índice de Tasa de Cambio Real. Comparando el promedio de este índice durante el primer trimestre de 1990 con el del tercer trimestre de 1997, la apreciación real del peso sería del 17,6%.

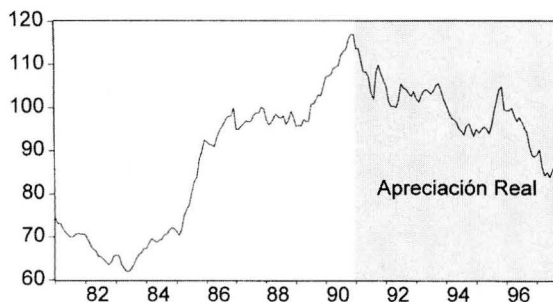
Mientras que la mayoría de los analistas argumentan que toda la apreciación real se debe a choques sobre los fundamentales económicos y que todo el ajuste debe provenir de los fundamentales, otros postulan que las rigideces abren un amplio espacio a la política monetaria para ajustar lo que se considera como una sobreapreciación.

Si se acepta el punto de vista de que en el corto plazo la política monetaria afecta la tasa de cambio real, el tema importante sería entonces: ¿Qué tan largo es el corto plazo? En términos del problema

---

<sup>1</sup> Asistente de la Gerencia Técnica e Investigador, respectivamente, del Banco de la República. Las opiniones aquí expresadas no comprometen al Banco de la República ni a su Junta Directiva. Los autores desean agradecer especialmente a Luis F. Melo por permitir la utilización de su programa de Bootstrap. Las discusiones con Alberto Carrasquilla, Juan Carlos Echeverry, Arturo Galindo, Luis F. Melo, Hugo Oliveros y José Darío Uribe fueron de gran ayuda. Sin embargo, los errores u omisiones son completa responsabilidad de los autores. Trabajo presentado en la XVI Reunión de la Sociedad Econométrica Latinoamericana, Lima, agosto de 1998.

## Gráfico 1. INDICE DE LA TASA DE CAMBIO



Fuente: Banco de la República.

concreto, la pregunta sería: ¿En cuánto tiempo se desvanece un choque nominal? La respuesta a esta pregunta es la motivación principal de este artículo.

Para buscar una respuesta a la pregunta que nos motiva, proponemos un enfoque econométrico capaz de llenar necesidades técnicas ignoradas en varios artículos que tratan el mismo tema. Específicamente, estimamos un VAR estructural utilizando la descomposición de Blanchard y Quah (1989) sobre la tasa de cambio real y nominal. Luego encontramos las funciones de impulso-respuesta y la descomposición de la varianza del error de pronóstico con el fin de determinar no sólo la duración temporal del efecto de los choques nominales sobre la tasa de cambio real, sino también la proporción de movimientos en ambas tasas de cambio que se deben a choques nominales y reales.

Así, el aporte principal de este artículo consiste en la determinación de algunos resultados empíricos rigurosos respecto al comportamiento de la tasa de cambio colombiana en el corto y largo plazo. Nuestra meta principal es estimar la magnitud y la duración de los efectos de los choques nominales en la tasa de cambio real. De tales resultados se pueden derivar recomendaciones de política.

La estructura de este artículo es la siguiente: La Sección I es esta introducción. En la Sección II se hace un breve análisis de la literatura económica sobre la tasa de cambio real y su relación con los choques nominales. La Sección III presenta las variables consideradas y sus principales características econométricas. En la cuarta sección se muestra el modelo econométrico utilizado en la estimación. La Sección V incluye los principales resultados y la Sección VI contiene las conclusiones.

## II. LITERATURA

Existe un consenso entre los economistas de que hay dos tipos de factores que explican la tasa de cambio real: factores fundamentales o reales y factores nominales o monetarios. La diferencia básica entre estos es que el primero de estos factores determina la senda de equilibrio de la tasa de cambio real, mientras que el último sólo puede alterar, temporalmente, la tasa observada. Tal influencia transitoria de los choques nominales se debe al hecho de que mientras algunos mercados exhiben rigideces de precios a corto plazo, hay una flexibilidad relativa implícita en el mercado cambiario. Sin embargo, sólo los fundamentales<sup>2</sup> de la tasa de cambio real persisten en el largo plazo.

Rogoff (1996) resume esta idea con las siguientes palabras: "Even if there are short-term rigidities in domestic nominal prices, for example, long-term monetary neutrality implies that any effects of money shocks on the real exchange rate (the nominal exchange rate adjusted for price differentials) should

<sup>2</sup> Entre los fundamentales de la tasa de cambio real encontramos: gasto público/PIB, choques sobre el gasto privado, productividad relativa entre sectores transables y no transables (esto es, la hipótesis de Balassa-Samuelson), choques sobre el ingreso permanente (por ejemplo un boom petrolero) o términos de intercambio.

die out in the long run ... In the short run, nominal exchange rate movements lead to real exchange rate movements due to nominal price rigidities. Over the longer term, however, deviations from purchasing power parity must be accounted for by real factors". pág. 655, 658.

En años recientes se ha desarrollado extensamente la investigación teórica y empírica sobre el tema. Por ejemplo, respecto a la teoría, Calvo, Reinhart y Vegh (1995) desarrollan un modelo de producción exógena en el cual demuestran que, bajo una perfecta movilidad de capitales, la selección de la tasa de cambio real como objetivo sólo es posible en el corto plazo y al costo de una inflación más alta.

Los estudios empíricos varían ampliamente en sus resultados respecto a la neutralidad a largo plazo de los choques nominales sobre la tasa de cambio real. Frankel y Rose (1995) estudian la PPP con un conjunto de información de corte transversal y series de tiempo correspondiente a 150 países con 45 observaciones anuales. Encuentran una reversión media (es decir, no una caminata aleatoria) en la tasa de cambio real soportando así la PPP. Sus resultados también demuestran que las desviaciones de la PPP decrecen a una tasa del 15% anual (vida media de 4 años).

Rogoff (1996) encuentra una paradoja empírica: volatilidad muy alta a corto plazo en las tasas de cambio real y tasas lentas de decrecimiento en las desviaciones de la PPP. En lugar de argumentar roles predominantes de variables monetarias y financieras, Rogoff parece encontrar la respuesta a su rompecabezas en la segmentación de mercados internacionales de productos y fricciones comerciales que aún persisten en la economía mundial<sup>3</sup>.

Apergis y Karfakis (1996) utilizan la técnica VAR estructural sobre información trimestral de las tasas

de cambio nominal y real del dracma griego en el período 1975-1993. Encuentran que, en la mayoría de los casos, "supply shocks are the dominant sources of exchange rate volatility". pág. 251. Concluyen que "demand shocks are absorbed by price levels over short horizons". pág. 254.

En un estudio más reciente, Enders y Lee (1997) estiman un modelo VAR estructural con base en la descomposición de Blanchard y Quah en un intento por examinar los efectos de choques nominales sobre las tasas de cambio reales entre Estados Unidos y Canadá y Japón y Alemania. Encuentran que los choques nominales han tenido efectos muy cortos (6 meses o menos) sobre las tasas de cambio real y que los choques reales explican prácticamente toda la varianza del error de pronóstico a cualquier horizonte de pronóstico. Sugieren: "...the effect of a nominal choque on the real exchange rate is temporary and becomes unnoticeable in a few months". pág. 244.

En Colombia, también son comunes los artículos que tratan los efectos de choques nominales sobre la tasa de cambio real. Los primeros estudios econométricos, en contradicción con la neutralidad monetaria a largo plazo, encuentran posibles efectos permanentes de los choques nominales sobre la tasa de cambio [Herrera (1989), Echavarría y Gaviria (1992), Langeback (1993)].

Artículos más recientes, también de naturaleza econométrica, tienden a encontrar que no hay corre-

---

<sup>3</sup> El artículo de Rogoff incluye una excelente revisión de estudios empíricos acerca de la hipótesis PPP. Comienza con el fracaso de la Ley de Un Precio en datos microeconómicos y continúa mencionando los diferentes intentos para corregir lo que llama el "Random-Walk Model Embarrassment" como la utilización de conjuntos de información más grandes en series de tiempo o en corte transversal.

lación a largo plazo entre variables nominales y la tasa de cambio real [Carrasquilla, Galindo y Patrón (1994), Calderón (1995, 1997), Herrera (1997), Gómez y Ocampo (1997), Joyce y Kamas (1997)].

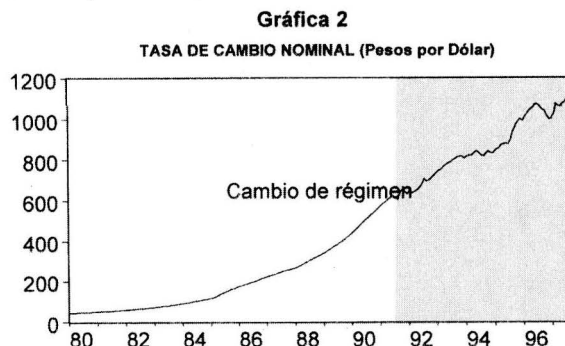
Los análisis de equilibrio general y de calibración presentan resultados similares demostrando que los movimientos permanentes en la tasa de cambio real colombiana sólo se pueden atribuir a variables fundamentales o reales [Carrasquilla y Arias (1996, 1997), Arias y Zuleta (1997)].

A pesar del consenso general sobre la neutralidad a largo plazo de los choques monetarios, existe una importante discrepancia respecto a la duración de los choques nominales sobre la tasa de cambio real. De acuerdo con Calderón (1995), un 1% de incremento en la devaluación nominal aumenta la tasa de cambio real en 0,36% durante un trimestre pero el efecto desaparece casi totalmente un año después del impacto. Ocampo y Gómez (1997) encuentran que los choques de tasa de cambio nominal persisten sobre la tasa real durante dos años. En Joyce y Kamas (1997) toma diez años para que la tasa de cambio real retorne a su nivel de equilibrio después de un choque sobre la tasa de cambio nominal.

### III. DATOS

Este trabajo se basa en información mensual de la tasa de cambio nominal y del índice de la tasa de cambio real para el período comprendido entre 1980 y 1997. El Gráfico 2 muestra la evolución de la tasa de cambio nominal colombiana durante dicho período. En esta gráfica se observa que el período 1980-1991 es de baja volatilidad mientras que en el período 1991-1997 se presenta una alta varianza<sup>4</sup>. Un cambio estructural en el régimen de la tasa de cambio en 1991 precede hechos estilizados.

## Gráfico 2. TASA DE CAMBIO NOMINAL (Pesos por dólar)



Fuente: Banco de la República.

Ciertamente, antes de 1991 un sistema de *crawling peg* guió la evolución de la tasa de cambio nominal. Bajo dicho régimen, la tasa de cambio real fue parcialmente tratada a través de mini devaluaciones diarias. En junio de 1991, las autoridades monetarias implementaron un sistema de certificado de cambio (o bono indexado por devaluación). Tal sistema puede considerarse como una banda cambiaria implícita [ver Urrutia (1995)]. Sin embargo, sólo hasta enero de 1994 la Junta Directiva del Banco de la República creó de manera efectiva el régimen actual de la banda cambiaria. Estas son "bandas amplias con paridades centrales que son lo suficientemente flexibles para mantener la banda en línea con los fundamentales económicos del país" [Williamson (1995)].

Como se esperaba, el sistema de bono indexado por devaluación inició un período de relativa flexibilidad en el mercado de tasa cambiaria que aún persiste. Por lo tanto, el fuerte contraste en la

<sup>4</sup> Durante el período 1980-1991 la desviación estándar de la tasa de cambio nominal es 145.1216. Durante 1991-1997 (agosto) la desviación estándar de la misma tasa es de 159.4067.

volatilidad de la tasa de cambio nominal entre ambos períodos [(1980-1991 vs (1991-1997)] puede atribuirse a una desviación estructural en el régimen de tasa de cambio. Como resultado, dividimos nuestra muestra en dos submuestras, una que va desde 1980 a 1991 y otra que comprende el subperíodo 1991-1997.

La estabilización de la varianza de ambas series se logra a través de una transformación logarítmica. Las pruebas de raíz unitaria de Dickey-Fuller y KPSS se llevaron a cabo sobre ambas variables. El Cuadro 1 del Apéndice 1 muestra los resultados de estas pruebas. Bajo las dos pruebas, en las dos submuestras, las tasas de cambio real y nominal son  $I(1)$  en niveles e  $I(0)$  en sus primeras diferencias a un nivel de significancia de  $\alpha = 10\%$ .

El siguiente paso es el análisis de cointegración entre las dos variables. No debe existir una relación de cointegración entre las tasas de cambio nominal y real para que un modelo SVAR sea el mecanismo apropiado que describa la dinámica subyacente de ambas variables. Si hay cointegración el modelo pertinente es un VEC o SVEC.

El procedimiento de Johansen es utilizado para probar la existencia de cointegración. El orden adecuado del VAR se determina mediante la utilización de criterios de información. El Cuadro 2 del Apéndice 1 muestra los resultados de los criterios de Akaike, Schwarz y Hannan-Quinn. De dichos criterios se deriva que el orden óptimo del VAR podría ser  $P = 2$  o  $3$  para la primera submuestra y  $P = 1$  o  $2$  para la segunda submuestra.

Adicionalmente, estos criterios se complementan con una prueba ajustada de Portmanteau sobre autocorrelación multivariada y una prueba de normalidad multivariada sobre los residuales del sistema. Los resultados a un nivel de significancia

$\alpha = 5\%$  se muestran en el Cuadro 3 del Apéndice 1. Para la submuestra 1 (1980-1991) el orden óptimo del VAR se fija en  $P = 3$  y para la otra submuestra (1991-1997) en  $P = 2$ .

Finalmente, la prueba de cointegración de Johansen se lleva a cabo utilizando el orden del VAR seleccionado para cada submuestra. Las componentes determinísticas fueron modelados en dos formas distintas: tendencia determinística en las variables vs tendencia determinística tanto en las variables como en el vector de cointegración. El Cuadro 4 del Apéndice 1 muestra que, bajo ambos esquemas de modelación, en cada submuestra no existe una relación cointegrante entre la tasa de cambio real y la nominal. Esto es consistente con otros resultados encontrados en la literatura.

Habiendo verificado que las tasas de cambio real y nominal son variables  $I(1)$  sin relación de cointegración entre ellas, el siguiente paso es la estimación de un modelo VAR estándar (posteriormente estructural) en las primeras diferencias de ambas tasas.

#### IV. EL MODELO

Estimamos un modelo SVAR bivariado en el que se descomponen las dinámicas de la tasa de cambio real y nominal en aquellos componentes explicados por los choques reales y nominales. El VAR en su forma estándar es:

$$\begin{bmatrix} \Delta r_t \\ \Delta e_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11}(L) & A_{12}(L) \\ A_{21}(L) & A_{22}(L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta r_{t-1} \\ \Delta e_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{1t} \\ v_{2t} \end{bmatrix}$$

En donde  $\Delta r_t$  es la primera diferencia de la tasa de cambio real y  $\Delta e_t$  es la primera diferencia de la tasa de cambio nominal;  $v_{1t}$  y  $v_{2t}$  procesos ruido blanco correlacionados contemporáneamente.  $A_{ij}(L)$  son polinomios en el operador de rezago  $L$  ( $i, j=1, 2$ ).

Con el fin de tener en cuenta las relaciones contemporáneas entre las variables del sistema, debemos especificar el VAR en su forma estructural o primitiva<sup>5</sup>. La representación infinita VMA del modelo SVAR en términos de los choques puros es:

$$\begin{bmatrix} \Delta r_t \\ \Delta e_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11}(L) & C_{12}(L) \\ C_{21}(L) & C_{22}(L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{bmatrix}$$

en donde  $\varepsilon_{1t}$  y  $\varepsilon_{2t}$  representan los choques exógenos nominales y reales, respectivamente. Asumimos que son perturbaciones independientes y ruido blanco.  $C_{ij}(L)$  son polinomiales en el operador de rezago  $L$ . Normalizando los choques tal que  $\text{var}(\varepsilon_{1t}) = \text{var}(\varepsilon_{2t}) = 1$  y llamando a la matriz de varianza-covarianza de las innovaciones estructurales  $\Sigma_\varepsilon$  tenemos:

$$\Sigma_\varepsilon = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = I_2$$

En forma ecuacional, la representación bivariada MA pura de  $\{\Delta r_t\}$  y  $\{\Delta e_t\}$  es:

$$\Delta r_t = \sum_{k=0}^{\infty} c_{11}(k) \varepsilon_{1t-k} + \sum_{k=0}^{\infty} c_{12}(k) \varepsilon_{2t-k}$$

$$\Delta e_t = \sum_{k=0}^{\infty} c_{21}(k) \varepsilon_{1t-k} + \sum_{k=0}^{\infty} c_{22}(k) \varepsilon_{2t-k}$$

Como en cualquier otro modelo VAR, la identificación de los parámetros estructurales (y de la representación VMA pura) de los residuales estimados del VAR estándar requiere restricciones de identificación adecuadas. En línea con la hipótesis de neutralidad monetaria a largo plazo, Blanchard y Quah (1989) proponen la siguiente restricción de identificación:

<sup>5</sup> En Misas, M. (1997), se presenta una exposición clara y pedagógica del VAR estructural y la metodología de descomposición de Blanchard y Quah.

$$\sum_{k=0}^{\infty} c_{11}(k) \varepsilon_{1t-k} = 0$$

Nuestra restricción de identificación implica que sólo los choques reales tienen efectos permanentes en la tasa de cambio real mientras que, tanto los choques monetarios como los reales pueden afectar permanentemente a la tasa de cambio nominal. Por consiguiente, los choques nominales no tienen efecto de largo plazo sobre la tasa de cambio real. Su comportamiento sólo se explica por fundamentales.

En nuestro modelo, los errores del VAR estándar  $[v_{1t} \ v_{2t}]$  son combinaciones lineales de las innovaciones estructurales  $[\varepsilon_{1t} \ \varepsilon_{2t}]$  (ver Apéndice 2). Esto puede ser presentado en las siguientes ecuaciones:

$$v_{1t} = c_{11}(0)\varepsilon_{1t} + c_{12}(0)\varepsilon_{2t}$$

$$v_{2t} = c_{21}(0)\varepsilon_{1t} + c_{22}(0)\varepsilon_{2t}$$

Considerando que  $\Sigma_v$  puede estimarse del VAR estándar, Blanchard y Quah obtienen el siguiente sistema de tres ecuaciones y cuatro incógnitas:

$$\text{Var}(v_{1t}) = c_{11}^2(0) + c_{12}^2(0)$$

$$\text{Var}(v_{2t}) = c_{21}^2(0) + c_{22}^2(0)$$

$$\text{Cov}(v_{1t}, v_{2t}) = c_{11}(0)c_{21}(0) + c_{12}(0)c_{22}(0)$$

Las cuatro incógnitas son:  $\{c_{11}(0), c_{12}(0), c_{21}(0), c_{22}(0)\}$ . Claramente, necesitamos una cuarta ecuación para identificar el sistema, la cual se obtiene de la restricción de identificación de Blanchard y Quah [ver Apéndice 2]:

$$[1 - \sum_{k=0}^p a_{22}(k)] c_{11}(0) + \sum_{k=0}^p a_{12}(k) c_{21}(0) = 0$$

Tenemos entonces un sistema de cuatro ecuaciones y cuatro incógnitas. Dado que dicho sistema es no lineal, se encontrarán cuatro posibles soluciones para la matriz  $C_0$ <sup>6</sup>. Es de señalar que usaremos



aquella solución que tenga sentido económico en términos de las funciones de impulso-respuesta.

V. RESULTADOS

El orden del VAR estándar se determina mediante los criterios de información de Akaike, Schwarz y Hannan-Quinn. Los resultados se presentan en el Cuadro 1 del Apéndice 3. De nuevo, los criterios de información se complementan con una prueba tipo Portmanteau sobre autocorrelación multivariada y una prueba de normalidad multivariada sobre los residuales del sistema. Como puede verse en el Cuadro 2 del Apéndice 3, el orden óptimo del VAR estándar se establece en P=2 para la submuestra 1 y en P=1 para la submuestra 2.

La estimación del VAR estándar se realiza a través de OLS. Los estimadores OLS son consistentes y asintóticamente eficientes. Aunque hay una correlación contemporánea en los errores del sistema, la metodología SUR no aporta a la eficiencia del procedimiento de estimación ya que ambas regresiones tienen variables explicativas idénticas [ver Enders (1995)].

La estimación del VAR estándar considera la estimación de la matriz de varianza-covarianza de los errores  $\Sigma v$ . Con esta matriz y con la estimación de los coeficientes  $a_{22}(k)$  y  $a_{12}(k)$  ( $k=0, \dots, P$ ) del VAR estándar, construimos el sistema de cuatro ecuaciones cuatro incógnitas especificado en la sección anterior. Dicho sistema permite cuatro posibles soluciones para los elementos de la matriz  $C_0$ . Seleccionamos la solución que sea económicamente interpretable. Nuestra solución escogida para la Matriz

$C_0$  permite la recuperación de los valores de la función de impulso-respuesta para un adecuado análisis de las innovaciones.

Las funciones de impulso-respuesta de las tasas de cambio real y nominal ante choques nominales y reales y sus respectivos intervalos de confianza se muestran en los Gráficos 3 y 4 para la primera y segunda submuestras respectivamente. Los resultados se muestran en niveles de (log de) ambas tasas de cambio.

A. Submuestra 1

Para la submuestra 1 (Gráfico 3A), que es el período del régimen de *crawling peg*, varios factores se observan. Primero, *un choque monetario sobre el logaritmo de la tasa de cambio real produce una respuesta positiva pero decreciente. Además, el impacto desaparece completamente después de un año y seis meses, aproximadamente. Esto es, bajo el régimen de "crawling peg", la neutralidad monetaria a largo plazo es efectiva después de un año y medio.* Este resultado es compatible con el obtenido en un artículo pionero de Carrasquilla et.al (1994) para el caso colombiano.

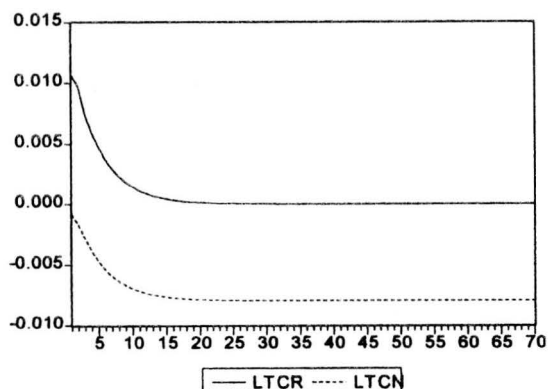
En segundo lugar, los choques nominales sobre el logaritmo de la tasa de cambio nominal producen respuestas negativas, decrecientes y permanentes, con la tasa de cambio nominal convergiendo a su nuevo nivel de largo plazo después de un año y medio<sup>7</sup>.

En tercer lugar, un choque real sobre el logaritmo de las dos tasas de cambio nominal y real genera

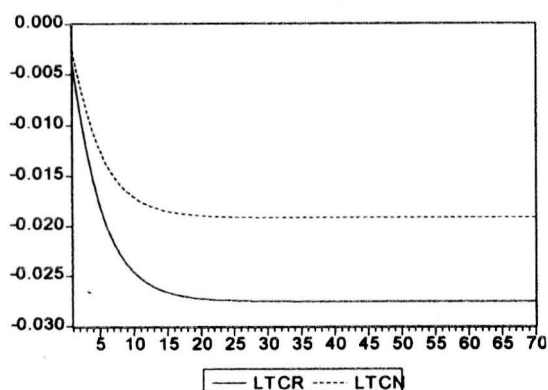
$$C_0 = \begin{bmatrix} c11(0) & c12(0) \\ c21(0) & c22(0) \end{bmatrix}$$

<sup>7</sup> Este resultado es extraño porque con un choque nominal positivo que deprecia transitoriamente la tasa de cambio real, se espera que la tasa de cambio nominal de un salto (esto es, se deprecie) y luego converja (de hacerlo) a un nuevo nivel permanente.

### Gráfico 3A. ANALISIS DE IMPULSO-RESPUESTA (Muestra 1)



Respuesta de LTCR y LTCN  
ante un Choque Real



LTCR: Logaritmo de la Tasa de Cambio Real.

LTCN: Logaritmo de la Tasa de Cambio Nominal.

Fuente: Resultados de los autores.

respuestas negativas y decrecientes. Estos choques son de naturaleza permanente y las tasas de cambio real y nominal convergen a sus nuevos niveles de largo plazo aproximadamente después de un año y medio. Este choque de apreciación causa un mayor impacto sobre la tasa de cambio real.

Este resultado es intuitivo y sugestivo de la siguiente hipótesis para los años de *crawling peg*: los intentos monetarios dirigidos a compensar las fuerzas de apreciación real (o de seleccionar artificialmente la

tasa de cambio real) produjeron inflación y, consecuentemente, un ajuste más que proporcional de la tasa de cambio real respecto a la tasa de cambio nominal.

Como se deriva del análisis de los intervalos de confianza correspondientes (Gráfico 3B), en la submuestra 1, todas las respuestas ante los dos tipos de choques son estadísticamente significativas al 95%.

### B. Submuestra 2

En la submuestra 2 (Gráfico 4A), el período de *target zones* (o zonas objetivo) o bandas cambiarias, se obtienen resultados similares. Aunque la respuesta del logaritmo de la tasa de cambio real ante un choque nominal es positiva, el choque desaparece completamente después de cuatro a cinco meses. En otras palabras, bajo el sistema de *target zone* la neutralidad monetaria de largo plazo comienza en cinco meses. Además, gran parte del choque nominal ha desaparecido después de tres o cuatro meses.

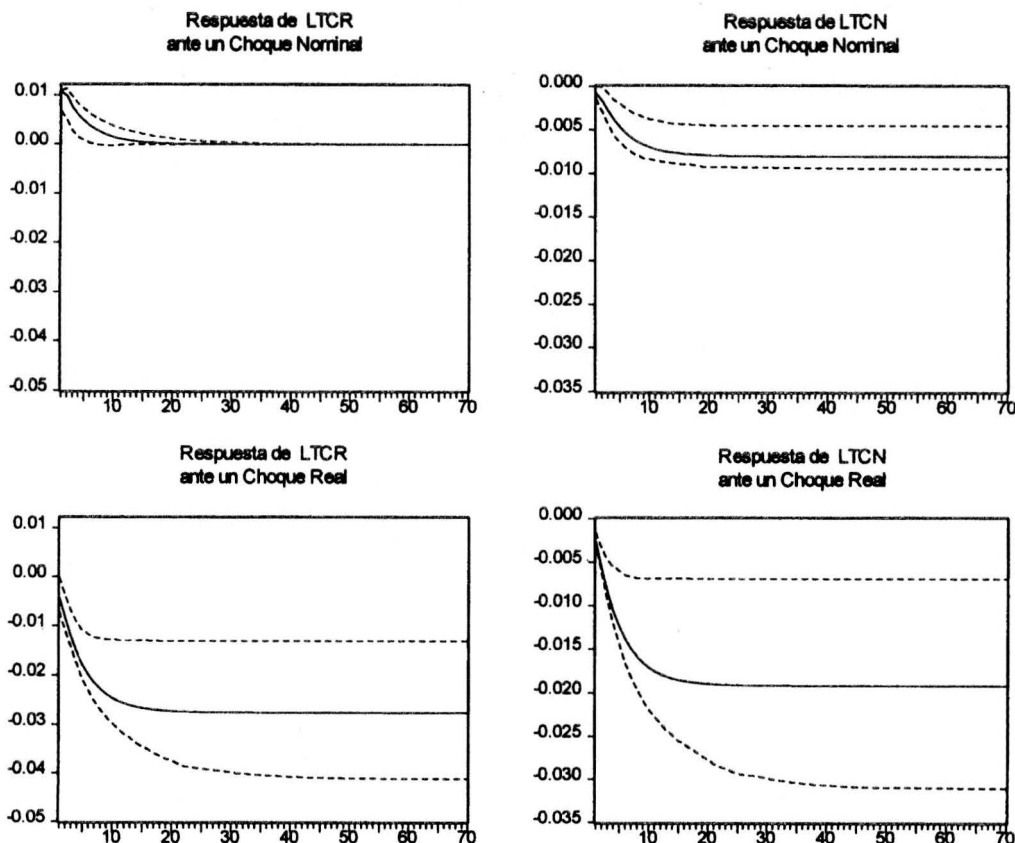
Nótese también que el efecto del choque nominal sobre la tasa de cambio real es insignificante en comparación con el de la tasa nominal en la misma submuestra y con la tasa real en la submuestra 1.

En segundo lugar y como se observa en la submuestra 1, las respuesta del logaritmo de la tasa de cambio nominal ante choques nominales es negativa, decreciente y permanente. Después del impacto, la tasa de cambio nominal converge a su nuevo nivel de largo plazo después de cuatro a seis meses.

En tercer lugar, las respuestas de los logaritmos de las tasas de cambio nominal y real ante choques de apreciación real son negativas, decrecientes y, como



**Gráfico 3B. ANALISIS DE IMPULSO-RESPUESTA  
INTERVALOS DE CONFIANZA (95 %)  
(Muestra 1)**



LTCR: Logaritmo de la Tasa de Cambio Real.

LTCN: Logaritmo de la Tasa de Cambio Nominal.

\* Se estimaron los intervalos de Confianza de las funciones de Impulso-Respuesta utilizando la técnica "Bootstrap" a un nivel de significancia estadística del 95%.

Fuente: Resultados de los autores.

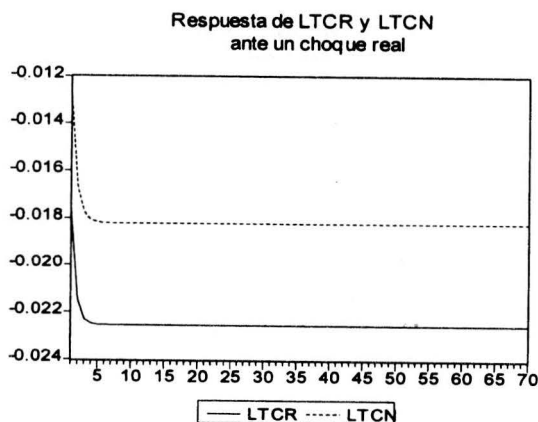
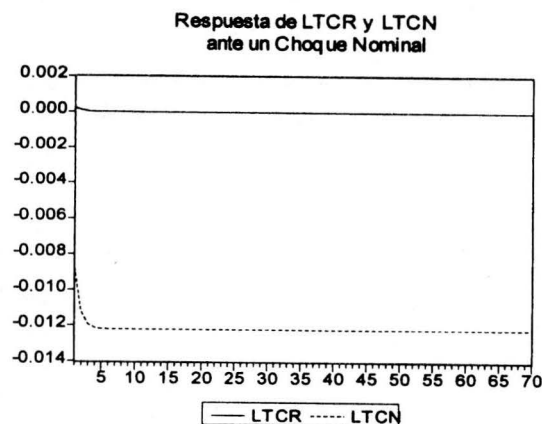
se espera, de naturaleza permanente. Después del impacto de apreciación, las tasas de cambio real y nominal convergen en proporción igual a sus nuevos niveles de largo plazo en cuatro a seis meses.

Este es el resultado esperado cuando opera un sistema de tasa de cambio más flexible (esto es, *target zones*). En realidad, cuando los fundamentales conducen hacia una apreciación real, un mercado

cambiario más flexible permite que la tasa de cambio real responda a través de la tasa nominal y no sólo a través de los precios. Además, todos los ajustes pueden hacerse a través de una revaluación nominal.

Los intervalos de confianza (Gráfica 4B) muestran que, para la submuestra 2, todas las respuestas ante los dos tipos de choques son estadísticamente

**Gráfico 4A. ANALISIS DE IMPULSO-RESPUESTA  
(Muestra 2)**



LTCR: Logaritmo de la Tasa de Cambio Real.  
LTCN: Logaritmo de la Tasa de Cambio Nominal.  
Fuente: Resultados de los autores.

significativas al 95% salvo la respuesta de la tasa de cambio real ante un choque nominal.

El hecho de que en la submuestra 2 el efecto de un choque nominal sobre la tasa de cambio real es muy pequeño y estadísticamente no significativo (al 95%), es un resultado que debe tenerse en cuenta con cautela. La teoría indica que las rigideces de corto plazo en algunos precios de la economía deben permitir el impacto significativo, aunque

transitorio, de un choque nominal sobre la tasa de cambio real. Esto es, a pesar de la alta velocidad de la convergencia de la tasa de cambio real después de un choque nominal (4/5 meses), se espera que esta respuesta inmediata y de corto plazo sea estadísticamente significativa. De ahí que este resultado super neutral deba examinarse en más detalle en trabajos futuros. Podría ser un problema de muestra asociado a las fuerzas fundamentales que constantemente apreciaron la tasa de cambio real en Colombia durante los noventa.

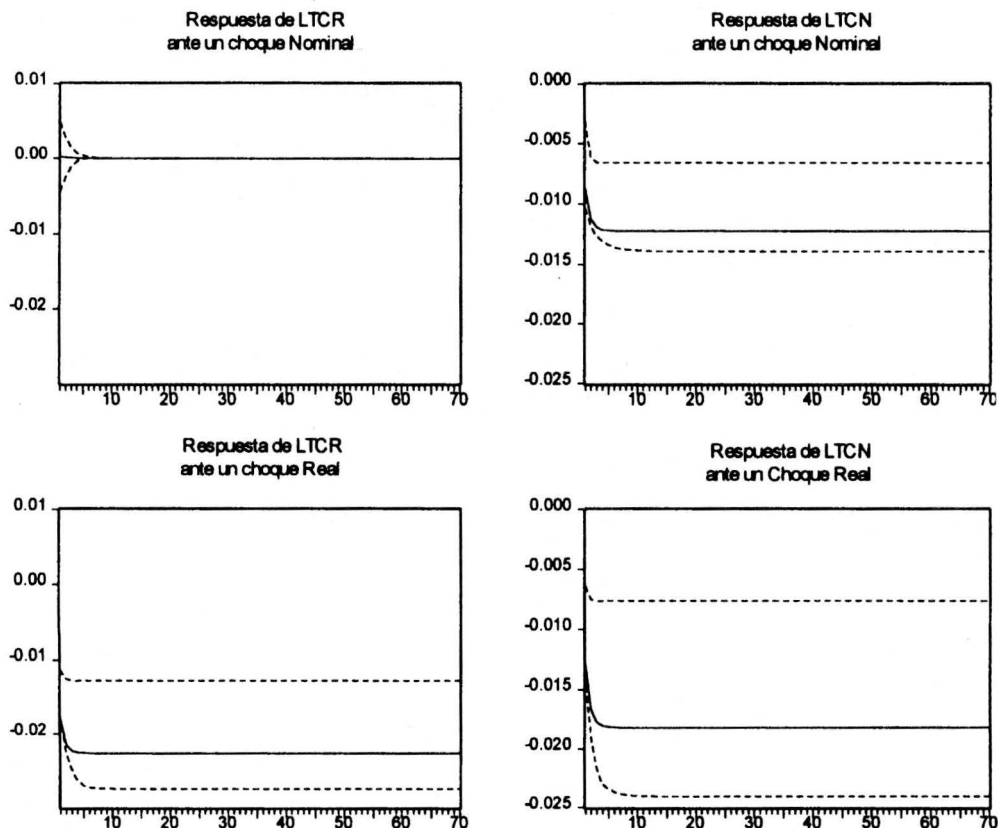
### C. Descomposición de la varianza del error de pronóstico

Los resultados de la descomposición de la varianza del error de pronóstico se muestran en el Cuadro 1. Bajo el régimen de *crawling peg*, los choques nominales explican casi toda la varianza del error de pronóstico de las diferencias de la tasa de cambio real (en cualquier horizonte de pronóstico), mientras que los choques reales lo hacen para la varianza del error de pronóstico de las diferencias de la tasa de cambio nominal. Esto significa que antes de 1991 los choques nominales jugaron el papel principal en explicar los movimientos en la tasa de devaluación real mientras que los fundamentales económicos (esto es, choques reales) responden por gran parte del movimiento en la tasa de devaluación nominal.

Los resultados son algo diferentes bajo el régimen de banda cambiaria (1991-1997). Los choques nominales prácticamente no explican la varianza del error de pronóstico de los cambios en la tasa de cambio real (en cualquier horizonte de pronóstico) y explican solamente el 30% de la varianza del error de pronóstico en la tasa de cambio nominal (en cualquier horizonte de pronóstico).

En síntesis después de 1991 los choques nominales prácticamente no juegan ningún papel en explicar

**Gráfico 4B. ANALISIS DE IMPULSO-RESPUESTA  
INTERVALOS DE CONFIANZA (95%)  
(Muestra 2)**



LTCR: Logaritmo de la Tasa de Cambio Real.

LTCN: Logaritmo de la Tasa de Cambio Nominal.

\* Los intervalos de Confianza de las funciones de Impulso-Respuesta utilizando la técnica "Bootstrap" a un nivel de significancia estadística del 95%.

Fuente: Resultados de los autores.

los movimientos en la tasa de devaluación real y juegan un papel menor en explicar las fluctuaciones en la tasa de devaluación nominal. En otras palabras, desde 1991 los fundamentales económicos (o choques reales) son responsables por todos los movimientos en la tasa de depreciación real y por gran parte de los movimientos en la tasa de depreciación nominal.

## VI. CONCLUSIONES

Este artículo contribuye al debate académico y político ya que presenta resultados empíricos sólidos respecto al comportamiento de la tasa de cambio colombiana en el corto y largo plazo. Específicamente, identificamos y estimamos un modelo SVAR sobre las tasas de cambio real y nominal a través de

**Cuadro 1. PORCENTAJE DE LA VARIANZA DEL ERROR DE PRONOSTICO DEBIDO A CHOQUES NOMINALES**

Horizonte (meses)	Muestra 1		Muestra 2	
	$\Delta LITCR$	$\Delta LTCN$	$\Delta LITCR$	$\Delta LTCN$
H				
2	76.300	7.643	0.0207	31.667
7	63.098	13.018	0.0225	31.641
13	62.022	13.390	0.0225	31.641
19	61.962	13.410	0.0225	31.641
25	61.959	13.411	0.0225	31.641

la descomposición de Blanchard y Quah. Esto nos permite dar resultados respecto a la magnitud y duración de los efectos de los choques nominales y reales sobre las tasas de cambio real y nominal.

Con el fin de considerar el quiebre estructural en el régimen de la tasa de cambio que tuvo lugar en Colombia, se consideraron separadamente dos períodos de análisis: 1980-1991, el cual es el período de *crawling peg* y 1991-1997 que son los años de *target zone*. Tal quiebre es de especial importancia para el análisis porque marcó el comienzo de un período de flexibilidad relativa y alta volatilidad en el mercado de cambios.

Como se espera, los resultados para ambas submuestras son cualitativamente similares pero difieren en magnitud. Bajo ambos regímenes, únicamente los choques reales o fundamentales tienen efectos permanentes en la tasa de cambio nominal y real. Bajo el sistema de *crawling peg*, las tasas de cambio convergen a su nuevo nivel de largo plazo después de un año y medio, aproximadamente. Con la banda cambiaria o régimen de *target zone*, la convergencia se logra después de cuatro a cinco meses.

Durante ambos períodos los choques nominales solamente han tenido efectos transitorios sobre la

tasa de cambio real. Durante los años de *crawling peg* la neutralidad monetaria es efectiva tan sólo después de un año y seis meses aproximadamente. Bajo el sistema de *target zone*, sin embargo, los efectos de choques nominales sobre la tasa de cambio real son pequeños, mueren definitivamente en cinco meses y, aun más, después del tercer mes prácticamente todos los choques se han desvanecido.

Se pueden hacer conjeturas sobre diferentes explicaciones a la rápida convergencia de la tasa de cambio real (después de un choque nominal) durante el régimen de *target zone* cuando se compara su velocidad de convergencia durante los años de *crawling peg* (4/5 meses vs 18 meses). Una explicación satisfactoria se basa en el quiebre estructural del régimen de tasa de cambio y en la reforma económica que tuvo lugar en 1991. De hecho, en 1991 la banda cambiaria o *target zone* se implementó, y el período de mini devaluaciones o de *crawling peg* se dejó atrás. El nuevo régimen dio más flexibilidad a la tasa de cambio nominal.

Adicionalmente, en 1991 la reforma económica permitió más movilidad de capital en las fronteras nacionales. Colombia, como tantos otros países de los así llamados mercados emergentes, experimentó enormes entradas de capital presentadas en la evo-

lución de la deuda externa privada, el capital y la cuenta corriente.

Más movilidad de capital, un mayor volumen de movimientos de capital y un sistema de tasa de cambio más flexible permitió una validación más ágil y fácil de las expectativas de los agentes en el mercado cambiario. Esto es, el comportamiento del mercado cambiario comenzó a reflejar más claramente las expectativas de tasa de cambio. Ciertamente, las expectativas de apreciación debido a entradas de capital y otras fuerzas fundamentales que movieron la tasa de cambio real de equilibrio, dominaron el mercado por lo menos hasta mediados de 1997.

En consecuencia, cualquier choque nominal sobre la tasa de cambio real durante el período 1991-1997 fue prontamente sobrevaluada por las expectativas de apreciación real que llevaron a la tasa de cambio real de regreso a su camino de equilibrio. De manera muy clara, los choques nominales sobre la tasa de cambio real perdieron su fuerza y duración después de 1991.

De igual manera, nuestros resultados no significan que bajo un sistema de *crawling peg* una mayor duración de la tasa de cambio real como objetivo es más fácil que bajo la estructura de banda cambiaria. Este tema corresponde a otros tipos de estu-

dios. Recordemos que la devaluación nominal de 1984-1985<sup>8</sup> generó una devaluación real hasta 1989 porque la tasa de cambio nominal observada fue sobrevaluada. Este hecho pudo haber influido nuestros resultados para la submuestra 1.

El objetivo de este artículo se enfoca en la misma dirección de la evidencia reciente que sugiere que la economía colombiana es más clásica de lo que normalmente los hacedores de política la perciben. Por lo tanto, nuestros resultados son útiles para los hacedores de política ya que les brinda un marco de referencia de la relación que existe entre la tasa de cambio real como objetivo y la inflación.

Un cambio en la senda de equilibrio de la tasa de cambio real con devaluación nominal parece ser una ilusión. Sólo los fundamentales económicos pueden hacerlo. Todo ajuste debe provenir de los fundamentales. Parece que no hay espacio para que la política monetaria ajuste lo que se considera una sobrevaluación.

Las características actuales de la economía colombiana implican que los beneficios de la tasa de cambio real como objetivo a corto plazo se pagan con una alta inflación. Los beneficios de dicha política mueren muy pronto (tres-cinco meses) para que valgan la pena por cuenta de la estabilidad de precios.

---

<sup>8</sup> La cual se complementó con el ajuste fiscal.

## BIBLIOGRAFIA

- Apergis, N. and C. Kafarkis, 1996, "Sources of Fluctuations in Exchange Rates: a Structural VAR Analysis", *Applied Economics Letters*, 1996, 3, 251 - 254.
- Blanchard, O. and D. Quah, 1989, "The Dynamic Effects of Aggregate Demand and Supply Disturbances", *American Economic Review*, 79, 655 - 673.
- Calderón, A., 1995, "La Tasa de Cambio Real en Colombia: Mitos y Realidades", *Coyuntura Económica*, June.
- Calderón, A., 1997, "La Tasa de Cambio Real: 1960-1990, Por qué se devaluó? 1990 - 1996, Por qué se revaluó?", in *Los Determinantes de la Tasa de Cambio Real en Colombia*, coord. Santiago Montenegro, U. de los Andes, CEDE..
- Calvo, G. A., Reinhart, C. and C. A. Vegh, 1995, "Targetting the Real Exchange Rate : Theory and Evidence", *Journal of Development Economics*, 47(1), June.
- Carrasquilla, A., Galindo, A. and H. Patrón, 1994, "Devaluación Nominal, Tasa de Cambio Real e Inflación: Un Enfoque Estructural", in *Mercado de Capitales XIV Simposio, Asobancaria*.
- Carrasquilla, A. and A. F. Arias, 1996, "Tipo de Cambio Real en Colombia: Qué Pasó?", *Borradores Semanales de Economía*, No. 64.
- Carrasquilla, A. and A. F. Arias, 1997, "Tipo de Cambio Real en Colombia: Qué Pasó? Un Modelo de Tres Períodos", in *Los Determinantes de la Tasa de Cambio Real en Colombia*, coord. Santiago Montenegro, U. de los Andes, CEDE.
- Dickey, D. A and W. A. Fuller, 1981, "Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root", *Econometrica*, No. 49.
- Echavarría, J. and A. Gaviria, 1992, "Los Determinantes de la Tasa de Cambio y la Coyuntura Actual en Colombia", *Coyuntura Económica*, diciembre.
- Enders, W., 1995, *Applied Econometric Time Series*, John Wiley and Sons, Inc., New York.
- Enders, W. and B-S. LEE, 1997, "Accounting for Real and Nominal Exchange Rate Movements in the Post-Bretton Woods Period", *Journal of International Money and Finance*, Vol. 16, 233 - 254.
- Frankel, J. and A. K. Rose, 1995, "A Panel Project on Purchasing Power Parity: Mean Reversion Within and Between Countries", NBER Working Paper Series, February, No. 5006.
- Herrera, S., 1989, "Determinantes de la Trayectoria del Tipo de Cambio Real en Colombia", ESPE, junio.
- Herrera, S., 1997, "El Tipo de Cambio Real y la Cuenta Corriente de la Balanza de Pagos de Largo Plazo en Colombia", *Coyuntura Económica*, Vol. 27, No. 1, marzo.
- Johansen, S., 1995, *Likelihood-Based Inference in Cointegrated Vector Auto-Regressive Models*, *Advanced Text in Econometrics*, Oxford University Press.
- Joyce, J. P. and L. Kamas, 1997, "Real and Nominal Determinants of Real Exchange Rates in Latin America: Short-Run Dynamics and Long-Run Equilibrium", *Wellesley College Department of Economics*, Working Paper No. 97-05, July.
- Judge, G., Hill, R. C., Griffiths, W. E., Lutkepohl, H. and T-C. LEE, 1988, *Introduction to the Theory and Practice of Econometrics*, John Wiley and Sons, Inc., New York.
- Kwiatkowski, D., Phillips, P. C. B., Schmidt, P. and Y. SIN, 1992, "Testing the Null Hypothesis of Stationarity against the Alternative of a Unit Root: How Sure are we that the Economic Time Series have a Unit Root?" *Journal of Econometrics*, No. 54.
- Langebaek, A., 1993, "Tasa de Cambio Real y Tasa de Cambio de Equilibrio", *Archivos de Macroeconomía*, octubre.
- Lutkepohl, H., 1993, *Introduction to Multiple Time Series Analysis*, Second Edition, Springer-Verlag.
- Misas, M., 1997, "Acerca del 'gap' del producto en Colombia : Una estimación bajo Blanchard y Quah", Banco de la República, mimeo, noviembre.
- Ocampo, J. A. and J. Gómez, 1997, "La Tasa de Cambio Nominal Importa", in *Los Determinantes de la Tasa de Cambio Real en Colombia*, coord. Santiago Montenegro, U. de los Andes, CEDE.
- Rogoff, K., 1996, "The Purchasing Power Parity Puzzle", *Journal of Economic Literature*, vol. XXXIV, June, 647 - 668.
- Urrutia, M., 1995, "El Sistema de Bandas Cambiarias en Colombia",. Notas Editoriales, Revista del Banco de la República.
- Williamson, J., 1995, How to Manage Exchange Rates : Lessons from Israel, Chile and Colombia, Institute for International Economics.
- Zuleta, H. and A. F. Arias, 1997, "Tasa de Cambio Real e Inversión: La Experiencia de 1990 - 1996", *Borradores semanales de Economía*, No. 76.



## Apendice 1. DATOS

**Cuadro 1. PRUEBAS DE RAIZ UNITARIA**

Variables	Prueba Dickey-Fuller			Prueba KPSS**	
	Estadística	Valores críticos ( $\alpha = 10\%$ )	Ljung-Box sobre residuales	Estadística	Valores críticos ( $\alpha = 10\%$ )
<b>Muestra 1: enero 1981 - diciembre 1990</b>					
Ln (TCN)	$\tau_{\tau} = -2.384$	-3.15	28.38 (0.49)	$\eta_{\tau} = 0.1375$	0.119
$\Delta \ln(\text{TCN})$	$\tau_{\mu} = -3.510$	-2.58	27.54 (0.54)	$\eta_{\mu} = 0.2737$	0.347
LITCR	$\tau_{\tau} = -2.911$	-3.15	30.05 (0.41)	$\eta_{\tau} = 0.297$	0.119
$\Delta \ln(\text{ITCR})$	$\tau = -4.079$	-1.61	35.08 (0.20)	$\eta_{\mu} = 0.2233$	0.347
<b>Muestra 2: enero 1991 - agosto 1997</b>					
Ln(TCN)	$\tau_{\tau} = -2.947$	-3.16	26.35 (0.16)	$\eta_{\tau} = 0.0751$	0.119
$\Delta \ln(\text{TCN})$	$\tau_{\mu} = -7.003$	-2.59	25.32 (0.19)	$\eta_{\mu} = 0.066$	0.347
LITCR	$\tau_{\tau} = -3.151$	-3.16	22.30 (0.32)	$\eta_{\tau} = 0.2284$	0.119
$\Delta \ln(\text{ITCR})$	$\tau = -6.782$	-1.61	17.78 (0.60)	$\eta_{\mu} = 0.1791$	0.347

\* Estimación de estadísticas con base en el rezago: T/4 para los coeficientes de autocorrelación. En paréntesis informamos su P-value.  
 \*\* En la estimación de la ventana de Bartlett se utiliza L8.

Es importante notar que para la muestra 2 y para la variable LTCN, la prueba de DF muestra la existencia de raíz unitaria mientras que la prueba KPSS revela estacionariedad. En este ejercicio hemos considerado esta variable como I(1).

**Cuadro 2. CRITERIOS DE INFORMACION PARA EL SISTEMA DE COINTEGRACION: {LITCR - LTCN}**

	Muestra 1			Muestra 2		
	Akaike	Schwarz	Hannan-Quinn	Akaike	Schwarz	Hannan-Quinn
1	-19.229	-19.130	-19.189	-18.016	-17.885	-17.964
2	-20.748	-20.549	-20.667	-18.072	-17.811	-17.969
3	-20.758	-20.460	-20.637	-17.997	-17.605	-17.842
4	-20.736	-20.338	-20.575	-17.931	-17.409	-17.724
5	-20.709	-20.212	-20.507	-17.891	-17.238	-17.633
6	-20.711	-20.115	-20.469	-17.863	-17.080	-17.553
7	-20.645	-19.950	-20.363	-17.886	-16.972	-17.524
8	-20.596	-19.801	-20.273	-17.912	-16.868	-17.499
9	-20.561	-19.666	-20.198	-17.878	-16.703	-17.412
10	-20.527	-19.534	-20.125	-18.029	-16.723	-17.511
11	-20.512	-19.419	-20.069	-18.232	-16.796	-17.663
12	-20.522	-19.331	-20.039	-18.380	-16.813	-17.759

Para la muestra 1 AIC selecciona  $P=3$  mientras que SBC y H-Q seleccionan  $P=2$ . Para la muestra 2 AIC selecciona  $P=12$  (la rechazamos debido al tamaño de la muestra), SBC selecciona  $P=1$  y H-Q selecciona  $P=2$ . Así, los resultados se complementan con una prueba tipo Portmanteau sobre autocorrelación multivariada y con una prueba sobre normalidad multivariada en los residuales.

**Cuadro 3. RESULTADOS DE LAS PRUEBAS MULTIVARIADAS SOBRE RUIDO BLANCO Y NORMALIDAD EN LOS RESIDUALES DE COINTEGRACION DEL SISTEMA {LITCR - LTCN}**

P	Ruido Blanco	Normalidad		
	Portmanteau ajustado	Asimetría	Apuntamiento	Conjunto
	$\bar{P}_h$ $\chi^2 (k^2 (h - p))$	$\hat{\lambda}_1$ $\chi^2 (k)$	$\hat{\lambda}_2$ $\chi^2 (k)$	$\hat{\lambda}_3$ $\chi^2 (2k)$
Muestra 1				
2	53.01 (0.081)	22.54 (0.000)	42.76 (0.000)	65.30 (0.000)
3	46.55 (0.1118)	14.89 (0.000)	8.477 (0.014)	23.34 (0.000)
Muestra 2				
1	65.97 (0.017)	1.409 (0.494)	6.765 (0.033)	8.175 (0.085)
2	53.29 (0.077)	0.711 (0.700)	6.464 (0.039)	7.175 (0.126)

Para la submuestra 1 el orden del VAR se determina en  $P = 3$  ya que no hay autocorrelación a un nivel de significancia  $\alpha = 5\%$ . Sin embargo, los residuales no siguen una distribución normal multivariada. Para la submuestra 2 el rezago óptimo se determina en  $P = 2$  porque a un nivel de significancia  $\alpha = 5\%$  se tienen residuales ruido blanco que siguen una distribución normal multivariada.

**Cuadro 4. PRUEBA DE COINTEGRACION DE JOHANSEN SISTEMA: {LITCR - LTCN}**

		Modelo con tendencia lineal determinística en las variables	Modelo con tendencia lineal determinística en las variables y en el vector de cointegración		
		Muestra 1			
H <sub>o</sub>	H <sub>a</sub>	Estadística de la traza	Valor crítico α = 10 %	Estadística de la traza	Valor crítico α = 10 %
r = 0	r ≥ 1	6.56	13.31	19.40	22.95
r = 1	r = 2	0.20	2.71	5.96	10.56
		Muestra 2			
r = 0	r ≥ 1	8.90	13.31	19.57	22.95
r = 1	r = 2	0.64	2.71	7.88	10.56

Bajo los dos esquemas de modelación de las componentes determinísticas y para ambas submuestras las variables del sistema no están cointegradas a un nivel de significancia  $\alpha = 10\%$ .

Apendice 2  
VAR ESTRUCTURAL  
DESCOMPOSICION DE BLANCHARD Y QUAH  
(1989)

---

$$X_t = \begin{bmatrix} \Delta r_t \\ \Delta e_t \end{bmatrix} \quad E_t = \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{bmatrix} \quad V_t = \begin{bmatrix} v_{1t} \\ v_{2t} \end{bmatrix}$$

nuestro VAR estándar es:

$$X_t = A_1 X_{t-1} + A_2 X_{t-2} + \dots + A_p X_{t-p} + V_t \quad (1)$$

Cada  $A_i$  ( $i=1, \dots, p$ ) es una matriz  $2 \times 2$  de coeficientes del VAR estándar. En una forma más compacta, el sistema (1) es:

$$\begin{bmatrix} \Delta r_t \\ \Delta e_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11}(L) & A_{12}(L) \\ A_{21}(L) & A_{22}(L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta r_{t-1} \\ \Delta e_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{1t} \\ v_{2t} \end{bmatrix}$$

en donde  $v_{1t}$  y  $v_{2t}$  son procesos ruido blanco correlacionados contemporáneamente.  $A_{ij}(L)$  son polinomios en el operador de rezago  $L$  ( $i, j = 1, 2$ ). Con la matriz de varianza-covarianza del sistema:  $\Sigma_v$ .

La estimación del VAR estándar y de  $\Sigma_v$  se lleva a cabo a través de OLS. Los estimadores OLS son consistentes y asintóticamente eficientes [ver Enders (1995) capítulo 5, parte 6]. Aunque existe una correlación contemporánea entre  $v_{1t}$  y  $v_{2t}$ , la estimación SUR no mejora la eficiencia de la estimación porque ambas regresiones en el sistema tienen el mismo conjunto de variables explicativas.

Dado que el VAR es un sistema estacionario, bajo el teorema de descomposición de Wold, éste tiene una representación infinita bivariada MA:

$$X_t = \Phi_0 V_t + \Phi_1 V_{t-1} + \Phi_2 V_{t-2} + \dots \quad (2)$$

en donde:  $\Phi_0 = I_2$ .

Las relaciones contemporáneas entre las variables en el sistema se modelan a través del VAR en su forma estructural o primitiva. El SVAR tiene una representación asociada VMA infinita en términos de choques puros [ver Enders (1995), Capítulo 5, parte 4]:

$$X_t = C_0 E_t + C_1 E_{t-1} + C_2 E_{t-2} + \dots \quad (3)$$

En forma más compacta el sistema presentado en (3) es:

$$\begin{bmatrix} \Delta r_t \\ \Delta e_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11}(L) & C_{12}(L) \\ C_{21}(L) & C_{22}(L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{bmatrix}$$

En donde  $v_{1t}$  y  $v_{2t}$  representan choques exógenos nominales y reales, respectivamente. Suponemos que ellas son perturbaciones independientes y ruido blanco.  $C_{ij}(L)$  son polinomiales en el operador de rezago  $L$ . Después de una normalización adecuada de los choques tal que:  $\text{var}(\varepsilon_{1t}) = \text{var}(\varepsilon_{2t}) = 1$ , la matriz de varianza-covarianza de las innovaciones estructurales es:

$$\Sigma_\varepsilon = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I_2$$

En forma ecuacional, la representación bivariada pura MA de las secuencias  $\{\Delta r_t\}$  y  $\{\Delta e_t\}$  es:

$$\Delta r_t = \sum_{k=0}^{\infty} c_{11}(k) \varepsilon_{1t-k} + \sum_{k=0}^{\infty} c_{12}(k) \varepsilon_{2t-k} \quad (4)$$

$$\Delta e_t = \sum_{k=0}^{\infty} c_{21}(k) \varepsilon_{1t-k} + \sum_{k=0}^{\infty} c_{22}(k) \varepsilon_{2t-k} \quad (5)$$

De (2) y (3):

$$X_t = \Phi(L) V_t = C(L) E_t$$

en donde  $\Phi(L)$  y  $C(L)$  son matrices  $2 \times 2$  cuyos componentes son polinomios en el operador de rezago  $L$ . Suponiendo que  $C_0 = C(0)$  es no singular, se tiene:

$$\Phi(L) V_t = C(L) C_0^{-1} C_0 E_t$$

Entonces:

$$\Phi(L) V_t = C(L) C_0^{-1} C_0 E_t \quad (6)$$

y

$$V_t = C_0 E_t \quad (7)$$

La estimación de  $\Phi(L)$  es posible a través del VAR estándar. Donde la identificación de  $C_0$  y la ecuación (6) nos permiten la recuperación de la matriz  $C(L)$  que, a su vez, define las funciones de impulso-respuesta. También de (7) puede verse que los errores del VAR estándar  $[v_{1t}, v_{2t}]$  son combinaciones lineales de las innovaciones estructurales  $[\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t}]$ . Esto se puede representar en las siguientes ecuaciones:

$$v_{1t} = c_{11}(0)\varepsilon_{1t} + c_{12}(0)\varepsilon_{2t} \quad (8)$$

$$v_{2t} = c_{21}(0)\varepsilon_{1t} + c_{22}(0)\varepsilon_{2t} \quad (9)$$

Recordando que  $\varepsilon_{1t}$  y  $\varepsilon_{2t}$  son perturbaciones independientes y ruido blanco, de (8) y (9) las siguientes ecuaciones se obtienen fácilmente:

$$\text{Var}(v_{1t}) = c_{11}^2(0) + c_{12}^2(0) \quad (10)$$

$$\text{Var}(v_{2t}) = c_{21}^2(0) + c_{22}^2(0) \quad (11)$$

$$\text{Cov}(v_{1t}, v_{2t}) = c_{11}(0)c_{21}(0) + c_{12}(0)c_{22}(0) \quad (12)$$

Debido al hecho de que los elementos de la matriz  $\Sigma_v$  se obtienen de la estimación de VAR estándar, (10), (11) y (12) constituyen un sistema de tres ecuaciones y cuatro incógnitas:  $c_{11}(0)$ ,  $c_{12}(0)$ ,  $c_{21}(0)$ ,  $c_{22}(0)$ . Claramente, se requiere de una restricción adicional que permita al sistema ser identificable.

El siguiente paso es formular tal restricción. Sin embargo, esto requiere de cierta manipulación algebraica. Nótese que (1) puede expresarse como:

$$X_t = A(L)X_{t-1} + V_t$$

Donde  $A(L)$  es una matriz  $2 \times 2$  cuyos componentes son polinomios en el operador de rezago  $L$ . Esta última ecuación es equivalente a:

$$X_t = A(L)LX_{t-1} + V_t$$

Entonces:

$$[I_2 - A(L)L]X_{t-1} + V_t$$

o:

$$X_t = [I_2 - A(L)L]^{-1} V_t \quad (13)$$

Como en Enders (1995), el determinante de la matriz  $[I_2 - A(L)L]$  se denota por  $D$ . Por lo tanto (13) es:

$$\begin{bmatrix} \Delta r_t \\ \Delta e_t \end{bmatrix} = \frac{1}{D} \begin{bmatrix} 1 - A_{22}(L)L & A_{12}(L)L \\ A_{21}(L)L & 1 - A_{11}(L)L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{1t} \\ v_{2t} \end{bmatrix}$$



Definiendo los coeficientes del polinomio  $A_{ij}(L)$  como  $a_{ij}(k)$ , el sistema anterior puede reescribirse como:

$$\begin{bmatrix} \Delta r_t \\ \Delta e_t \end{bmatrix} = \frac{1}{D} \begin{bmatrix} 1 - \sum_{k=0}^{\infty} a_{22}(k) L^{k+1} & \sum_{k=0}^{\infty} a_{12}(k) L^{k+1} \\ \sum_{k=0}^{\infty} a_{21}(k) L^{k+1} & 1 - \sum_{k=0}^{\infty} a_{11}(k) L^{k+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{1t} \\ v_{2t} \end{bmatrix}$$

Entonces se tiene:

$$\Delta r_t = \frac{1}{D} \{ [1 - \sum_{k=0}^{\infty} a_{22}(k) L^{k+1}] v_{1t} + [\sum_{k=0}^{\infty} a_{12}(k) L^{k+1}] v_{2t} \}$$

Utilizando (8) y (9) para sustituir  $v_{1t}$  y  $v_{2t}$  obtenemos:

$$\Delta r_t = \frac{1}{D} \{ [1 - \sum_{k=0}^{\infty} a_{22}(k) L^{k+1}] [c_{11}(0) \varepsilon_{1t} + c_{12}(0) \varepsilon_{2t}] + [\sum_{k=0}^{\infty} a_{12}(k) L^{k+1}] [c_{21}(0) \varepsilon_{1t} + c_{22}(0) \varepsilon_{2t}] \}$$

Reordenando términos:

$$\Delta r_t = \frac{1}{D} \{ [1 - \sum_{k=0}^{\infty} a_{22}(k) L^{k+1}] c_{11}(0) + [\sum_{k=0}^{\infty} a_{12}(k) L^{k+1}] c_{21}(0) \} \varepsilon_{2t} + \{ [1 - \sum_{k=0}^{\infty} a_{22}(k) L^{k+1}] c_{12}(0) + [\sum_{k=0}^{\infty} a_{12}(k) L^{k+1}] c_{22}(0) \} \varepsilon_{2t}$$

Para construir la restricción que permite la identificación del sistema, Blanchard y Quah (1989) sugieren la imposición de la neutralidad monetaria en el largo plazo en el sistema. De (4) se deriva:

$$\sum_{k=0}^{\infty} c_{11}(k) \varepsilon_{1t-k} = 0 \quad (15)$$

En otras palabras, los *choques* exógenos nominales no tienen efecto en el largo plazo sobre la tasa de cambio real. Utilizando la ecuación (14), los choques primitivos nominales no tendrán efecto en el largo plazo sobre la tasa de cambio real si:

$$[1 - \sum_{k=0}^{\infty} a_{22}(k) L^{k+1}] c_{11}(0) + [\sum_{k=0}^{\infty} a_{12}(k) L^{k+1}] c_{21}(0) = 0 \quad (16)$$

Las ecuaciones (10), (11), (12) y (16) conforman un sistema de cuatro ecuaciones y cuatro incógnitas  $c_{11}(0)$ ,  $c_{12}(0)$ ,  $c_{21}(0)$ ,  $c_{22}(0)$ . El sistema es identificable y permite construir la matriz  $C_0$ . Como se menciona en el párrafo anterior, conociendo la matriz  $C_0$  se hace posible la recuperación de la matriz  $C(L)$  que a su vez determina las funciones de impulso-respuesta que requerimos para un análisis adecuado de las innovaciones.

Sin embargo nótese que el sistema (10), (11), (12) y (16) es no lineal. Esto significa que  $C_0$  tendrá cuatro posibles soluciones. Optamos por aquella solución que sea económicamente viable de acuerdo con el análisis de las funciones de impulso-respuesta.

### Apendice 3. RESULTADOS

**Cuadro 1. CRITERIOS DE INFORMACION PARA EL SISTEMA VAR ESTANDAR { $\Delta$ LITCR -  $\Delta$ LTCN}**

	Muestra 1			Muestra 2		
	Akaike	Schwarz	Hannan-Quinn	Akaike	Schwarz	Hannan-Quinn
1	-20.7316	-20.6317	-20.6911	-18.1029	-17.9712	-18.0508
2	-20.7738	-20.5740	-20.6928	-18.0317	-17.7684	-17.9275
3	-20.7381	-20.4384	-20.6166	-17.9479	-17.5531	-17.7917
4	-20.7157	-20.3160	-20.5537	-17.9225	-17.3961	-17.7142
5	-20.7072	-20.2076	-20.5047	-17.8671	-17.2089	-17.6066
6	-20.6472	-20.0476	-20.4041	-17.9006	-17.1108	-17.5881
7	-20.5973	-19.8979	-20.3138	-17.9181	-16.5996	-17.5535
8	-20.5583	-19.7589	-20.2342	-17.8883	-16.8353	-17.4716
9	-20.5219	-19.6226	-20.1574	-17.9065	-16.7219	-17.4377
10	-20.5082	-19.5090	-20.1031	-17.8938	-16.5776	-17.3730
11	-20.4908	-19.3917	-20.0452	-17.9987	-16.5508	-17.4257
12	-20.4412	-19.2422	-19.9552	-17.9630	-16.3835	-17.3380

Para la muestra 1 AIC y H-Q seleccionan P=2 mientras SBC selecciona P=1. Para la muestra 2 los tres criterios seleccionan P=1.

**Cuadro 2. RESULTADOS DE LAS PRUEBAS MULTIVARIADAS SOBRE RUIDO BLANCO Y NORMALIDAD EN LOS RESIDUALES DEL SISTEMA { $\Delta$ LITCR -  $\Delta$ LTCN}**

P	Ruido Blanco	Normalidad		
	Portmanteau ajustado	Asimetría	Apuntamiento	Conjunto
	$\bar{P}_h$ $\chi^2 (k^2 (h - p))$	$\hat{\lambda}_1$ $\chi^2 (k)$	$\hat{\lambda}_2$ $\chi^2 (k)$	$\hat{\lambda}_3$ $\chi^2 (2k)$
<b>Muestra 1</b>				
1	54.33 (0.136)	16.65 (0.000)	56.26 (0.000)	72.91 (0.000)
2	46.81 (0.213)	11.65 (0.003)	10.70 (0.005)	22.35 (0.000)
<b>Muestra 2</b>				
1	55.77 (0.109)	0.822 (0.662)	5.78 (0.06)	6.61 (0.157)

En paréntesis se reporta el P-value asociado con cada prueba.

Para la submuestra 1 el orden del VAR se determina en  $P = 2$  y los residuales siguen un proceso ruido blanco multivariado (no normalidad) a un nivel de significancia  $\alpha = 5\%$ . Para la submuestra 2 la longitud óptima del VAR se determina en  $P = 1$  y a un nivel de significancia  $\alpha = 5\%$ , los residuales se conforman como un proceso ruido blanco multivariado que sigue una distribución normal multivariada.