

# Pronósticos para una economía menos volátil: el caso colombiano\*

---

Santiago Cajiao Raigosa\*\*  
Luis Fernando Melo Velandia  
Daniel Parra Amado

## Abstract

*This paper evaluates if power transformations (Box-Cox and logarithmic) of time series improve the prognostic precision of ARIMA models, adjusted to economic variables from Colombia in two different time periods: 1980-1995 and 2002-2012. Also, this paper compares the predictive ability of original series and transformed series with a non-sample experiment through the unconditional predictive ability test of Giacomini and White (2006). Results indicate that transformed series forecasts, in general, are better for the 1980-1995 period when the Colombian economy was relatively more volatile. For the 2002-2012 period, results are unclear, and for some series it is better not to use power transformations.*

## Resumen

*Este trabajo evalúa si las transformaciones de potencia (Box-Cox y en particular logarítmica) de series de tiempo mejoran la precisión de los pronósticos de modelos ARIMA ajustados a variables económicas de Colombia en dos periodos diferentes: 1980-1995 y 2002-2012. Se compara la habilidad predictiva de series en nivel y series transformadas a través de un experimento fuera de muestra mediante el uso de la prueba de habilidad predictiva incondicional de Giacomini y White (2006). Se encuentra que los pronósticos de las series transformadas, en general, se desempeñan mejor para el periodo 1980-1995, cuando la economía colombiana fue relativamente más volátil que durante el periodo 2002-2012. Para este último tramo de la muestra, los resultados son mixtos y para algunas series se sugiere mantenerlas en niveles; es decir, sin utilizar transformaciones de potencia.*

*Keywords:* CCT program, Impact evaluation, Social policy, Human capitaly

*Palabras clave:* Transformación de potencia, Transformación logarítmica, Evaluación de pronósticos

*Clasificación JEL:* I20, I31, H53

*Primera versión recibida el 6 de agosto de 2014; versión final aceptada el 11 de diciembre de 2014*

*Coyuntura Económica. Vol. XLIV, No. 2, Diciembre de 2014, pp. 35-59. Fedesarrollo, Bogotá - Colombia*

---

\* Los autores son, en su orden, Economista Asistente de Investigación de Fedesarrollo, Econometrista Principal de la Gerencia Técnica del Banco de la República, y Profesional Experto del Departamento de Programación e Inflación del Banco de la República. Los resultados y opiniones son responsabilidad exclusiva de los autores y su contenido no compromete al Banco de la República ni a su junta directiva. Se agradecen los comentarios y sugerencias de Andrés Jiménez.

\*\* scajiao@fedesarrollo.org.co, lmelovel@banrep.gov.co y dparraam@banrep.gov.co, respectivamente.

## I. Introducción

En la mayoría de trabajos empíricos que utilizan variables macroeconómicas, es usual realizar transformaciones que permitan acercarse a los supuestos requeridos por la teoría econométrica clásica. En la literatura se encuentra un gran número de transformaciones no lineales; por ejemplo, logarítmicas, recíprocas, raíces cuadradas, raíces cúbicas, trigonométricas, entre otras<sup>1</sup>. Dichas transformaciones se utilizan para diferentes propósitos, tales como estabilizar la varianza del proceso o linealizar el modelo.

La transformación de potencia más utilizada a nivel empírico es la de Box-Cox propuesta en el documento seminal de 1964, de la cual la transformación logarítmica es un caso particular. Dentro de las bondades de su aplicación se destaca que permite estabilizar la varianza de las variables y aproximar la distribución de las series a una distribución normal.

Cabe señalar que en la mayoría de investigaciones en economía se recurre directamente a la transformación logarítmica como caso particular de Box-Cox. Entre las principales razones que

explican dicha preferencia se destacan: i) En la metodología Box-Cox se debe estimar un parámetro adicional<sup>2</sup>, denominado parámetro de la transformación de potencia ( $\lambda$ ) y ii) la logarítmica permite generar una aproximación a la tasa de crecimiento de la variable de interés, lo que puede facilitar la interpretación de los resultados<sup>3</sup>.

Aunque es un consenso que las transformaciones son convenientes para el ajuste de los modelos (Chen y Lee, 1997; Yeo y Johnson, 2000; Proietti y Riani, 2007; Proietti y Riani, 2009), son pocos los estudios que muestran evidencia empírica de mejoría en términos de pronósticos (Mayr y Ulbricht, 2007; Lütkepohl y Xu, 2011; Lütkepohl y Xu, 2012; Zárate y Renginfo, 2013).

Lütkepohl y Xu (2012) simulan series con varianzas estables e inestables, y comparan la habilidad predictiva de modelos ARIMA implementados sobre las series en nivel y en logaritmos. Como resultado, encuentran que si la transformación logarítmica logra estabilizar la varianza, entonces existe una ganancia al reportar menores pérdidas en errores de pronóstico fuera de muestra. Por el contrario, en el caso de las variable simuladas con varianza estable, el uso de la transformación

---

<sup>1</sup> Un recuento de ellas puede encontrarse en Hoyle (1973) y Sakia (1992).

<sup>2</sup> El lector puede consultar las siguientes referencias para ver diversos métodos de estimación del parámetro: Rahman y Pearson (2008), Sun, Tong, y Zhou (2012), Gillard (2012) y Lee, Sadaei, y Suhartono (2013).

<sup>3</sup> La tasa de crecimiento resulta de la diferenciación de los logaritmos de la serie en niveles.

logarítmica puede inducir a deterioros en la capacidad predictiva de los modelos. Esto último, los lleva a concluir que en algunos casos cuando la variabilidad es relativamente baja, los modelos se deberían estimar sobre las series en nivel.

Adicionalmente, los autores realizaron el mismo ejercicio sobre varios índices bursátiles de diferentes países entre enero de 1990 y diciembre de 2007 y del consumo privado de algunos países de la OCDE entre el primer trimestre de 1980 y el cuarto de 2006. Dada su volatilidad, en el primer conjunto de variables los autores encuentran que al aplicar la transformación logarítmica, los modelos mejoran el desempeño en términos de los pronósticos. Por el contrario, en el segundo, la evidencia sugiere que es aconsejable no realizar transformaciones, lo cual era de esperarse puesto que el consumo es una variable que presenta una baja variabilidad.

En Lütkepohl y Proietti (2011) se usan más de 500 series de índices de producción industrial y de ventas al por menor de Estados Unidos, Reino Unido y países de la Unión Europea. El periodo de análisis se ubica entre mediados de los noventa y principios de la siguiente década, el cual se enmarca en un contexto en el que las economías desarrolladas presentaron una variabilidad baja y un crecimiento e inflación estables. Los autores encuentran que sólo en menos de un quinto de los casos los pronósticos de las series transformadas mediante Box-Cox son relativamente mejores que los pronósticos de las series en niveles.

Trabajos que incorporan la modelación de la estacionalidad llegan a conclusiones similares en términos de pronósticos. Por ejemplo, Lütkepohl y Xu (2011) estiman diversos modelos ARIMA estacionales sobre la inflación de miembros de Unión Europea y Estados Unidos entre 1996 y 2007. Los resultados sugieren que para más de la mitad de los países es adecuado implementar los pronósticos de los modelos sobre las series originales, puesto que al realizar algunas transformaciones se generaron pérdidas en la habilidad predictiva.

Zárate y Rengifo (2013) investigan si el uso de transformaciones de potencia sobre el índice de precios al consumidor generan mejoras en la precisión de los pronósticos. Los autores utilizan una muestra de 28 países, para un periodo en el cual se muestra que no hay cambios significativos en los patrones estacionales ni cambios estructurales; ellos concluyen que para los pronósticos un paso adelante, el uso de la transformación logarítmica mejora el desempeño en aproximadamente la mitad de los países. Sin embargo, para doce pasos adelante, la transformación Box-Cox domina sobre el uso del logaritmo ó los niveles. Los resultados también indican que para los países que adoptaron el esquema de inflación objetivo, modelar la inflación como la primera diferencia de los logaritmos del IPC puede conducir a inexactitudes en los pronósticos.

En general, la literatura encontrada sugiere que usar transformaciones mejora significativamente las proyecciones cuando la volatilidad de

las series es alta. Sin embargo, en el caso de las variables macroeconómicas como la inflación y el crecimiento económico, los estudios que se ubican en un periodo muestral caracterizado por una relativa estabilidad, sugieren que es mejor implementar los modelos sobre las series en niveles. Cabe señalar que estos estudios no incorporan la existencia de cambios estructurales en la economía y que estos podrían afectar la decisión de incorporar transformaciones a las series que se pretenden modelar.

Por ejemplo, Stock y Watson (2007) comparan la habilidad predictiva de la inflación de EEUU en dos periodos diferentes, el primero entre los años 1970-1983, y el segundo, entre 1984-2004<sup>4</sup>. Ellos encuentran que hubo una reducción significativa de las pérdidas de los pronósticos de la inflación al entrar en el segundo periodo. Para el Reino Unido, Benati (2004) aplica pruebas de múltiples cambios estructurales y encuentra que para el PIB y la inflación existe un cambio alrededor de 1992, año en que se adoptó el régimen de inflación objetivo. Adicionalmente, realizó otro ejercicio en el cual concluye que la variabilidad de dichas series se redujo luego de implementar el nuevo esquema de política.

De igual manera, en buena parte de las economías emergentes durante los ochentas y noventas

se observaron niveles elevados de la inflación y alta volatilidad de la misma y del PIB. Por lo que en dicho entorno de mayor variabilidad, los investigadores recurrían a la aplicación de la transformación logarítmica para estabilizar la varianza. No obstante, luego de la adopción del esquema de inflación objetivo en algunas economías se ha apreciado un periodo de estabilización del PIB y de la inflación. Así, el presente trabajo surge del interés asociado al uso de transformaciones de potencia y de como ello mejora o empeora el desempeño de los modelos econométricos en entornos económicos menos volátiles.

En particular, un punto importante de inflexión de la economía colombiana fue la crisis de 1998-1999; después de dicho evento se adoptó el sistema de inflación objetivo con regimen de flotación cambiaria, medidas macroprudenciales y regulaciones financieras más estrictas. La configuración de herramientas regulatorias y de política económica contracíclica permitió suavizar el ciclo de crecimiento económico y estabilizar la inflación en niveles bajos con una menor volatilidad, tal como lo documentan Zárate, Cobo, y Gómez (2012).

Tales cambios estructurales en la economía colombiana y sus efectos sobre el modelamiento de las variables económicas motivan el presente estudio. A diferencia del trabajo de Zárate y Ren-

---

<sup>4</sup> Conocido como "La Gran Moderación".

gifo (2013), mencionado anteriormente, el presente estudio se concentra sólo en el caso colombiano y abarca un periodo muestral que contempla dos entornos macroeconómicos diferentes. Además, el ejercicio no solo considera la inflación, sino que se extiende a un conjunto mayor de variables macroeconómicas.

El objetivo principal de este documento es analizar la pertinencia de aplicar transformaciones de potencia en términos del desempeño del pronóstico de series macroeconómicas colombianas (como el IPC, agregados monetarios, producto interno bruto, inversión, e índices de actividad manufacturera). No sólo se evalúa si las transformaciones logarítmicas o de Box-Cox mejoran la habilidad predictiva, sino que adicionalmente se busca comparar el desempeño de dichas transformaciones en contextos económicos diferentes.

Así, se realiza el ejercicio para dos periodos: el primero, entre 1980 y 1995, cuando la economía colombiana mostró una mayor volatilidad y el segundo, entre 2002-2012, cuando la economía fue más estable. En línea con los resultados de la literatura, se encontró que para el periodo de mayor variabilidad (1980-1995) los pronósticos estimados a partir de series transformadas tuvieron mejor desempeño que los estimados al utilizar series en

niveles. En el caso del período de mayor estabilidad (2002-2012), los resultados encontrados son mixtos, pero en el caso del IPC y de la inversión sugieren modelar las series en niveles.

El documento se divide de la siguiente manera. En la sección II se exponen las razones teóricas para transformar las series de tiempo y los inconvenientes al estimar pronósticos a partir de series transformadas. En la sección III se describe el ejercicio con el que se comparó la habilidad predictiva de los pronósticos fuera de muestra. En la sección IV se muestran los resultados obtenidos para las series colombianas seleccionadas. Por último, en la sección V se concluye.

## II. Pronósticos de series transformadas

Dentro del marco de trabajo de los modelos de series de tiempo, uno de los supuestos necesarios para su implementación es la propiedad de estacionariedad sobre la variable a modelar<sup>5</sup>. Existen varias técnicas para estabilizar media y varianza, de tal forma que mediante transformaciones aplicadas a la serie original, se puede obtener una nueva serie que cumpla con media y varianza constantes a lo largo del tiempo. En el caso de la media, es usual que en la literatura econométrica se use la diferenciación ó la extracción de componentes

---

<sup>5</sup> En la práctica, se utiliza el concepto de estacionariedad débil, relacionado con la estabilidad de los primeros dos momentos de la serie.

tendencias. Para la varianza, por lo general, se utilizan transformaciones de potencia propuestas por Box y Cox (1964), en donde la logarítmica es un caso particular.

Aunque éstas transformaciones sobre la serie generan nuevas variables que cumplen con el supuesto de estacionariedad, el modelo que resulta estimado es ajustado sobre la transformación de la serie y no sobre los valores originales de la misma. En términos de pronóstico, se debe tener en cuenta, que dado que se aplicaron transformaciones a la serie original, éstas deben ser reversadas. Sin embargo, este procedimiento puede generar sesgos.

Para tratar este tema, a continuación se presenta el proceso de estabilización de la varianza usualmente utilizado en el modelamiento de series de tiempo a través de las transformaciones de potencia propuestas por Box y Cox (1964). Asimismo, se mencionarán brevemente los problemas asociados con la aplicación del procedimiento anterior en términos de pronósticos.

### A. Transformaciones estabilizadoras de varianza

Suponga un proceso estocástico  $y_t$ , el cual tiene una varianza que cambia con el tiempo en función del valor esperado  $\mu$ , en la que  $Var(y_t) = c \cdot f(\mu)$ , donde  $c$  es una constante y  $f$  es una función sobre  $\mu$ . Guerrero (2003) muestra que es posible encontrar una función  $f(\cdot)$  infinitamente diferenciable, tal que la serie transformada  $x_t = f(y_t)$  tenga una varianza

constante. Para ello,  $f(y_t)$  se aproxima utilizando una expansión de Taylor alrededor de  $\mu$ ,

$$f(y_t) \approx f(\mu) + f'(\mu) (y_t - \mu)$$

en este caso la varianza de la serie transformada es:

$$Var [f(y_t)] = [f'(\mu)]^2 Var(y_t) = c [f'(\mu)]^2 f'(\mu)$$

Una familia de transformaciones,  $f(\cdot)$ , que satisfacen la anterior expresión es:

$$f(y_t) = \begin{cases} \frac{y_t^\lambda - 1}{\lambda}, & \lambda \neq 0 \\ \log(y_t), & \lambda = 0 \end{cases}$$

Las cuales se agrupan en las denominadas transformaciones de potencia o transformación de Box y Cox (1964), del cual el logaritmo natural es un caso particular cuando  $\lambda = 0$ . Por lo tanto, la anterior expresión puede ser notada de la siguiente forma:

$$f(y_t) = y_t^{(\lambda)} = \frac{y_t^\lambda - 1}{\lambda}$$

### B. Pronósticos de series en nivel y transformadas

Sea  $y_t$  una serie de tiempo en niveles y  $x_t = f(y_t)$  una transformación aplicada sobre  $y_t$ . Es de interés para el investigador estimar los valores futuros de  $y_t$ . Por ejemplo, conocer el pronóstico de la serie original  $h$  periodos adelante con información hasta el periodo  $t$ , el cual puede ser denotado como  $y_{t+h|t}$ . Lütkepohl y Xu (2012) muestran algunas formas de obtener dicho pronóstico a través de modelos

de predicción que se ajustan ya sea sobre la serie original o sobre la serie transformada:

- Si el modelo se ajusta directamente sobre la serie original  $y_t$ , el pronóstico se calcula como  $E[y_{t+h} | t]$  y se denomina lineal<sup>6</sup>.

$$y_{t+h|t}^{lin} = E[y_{t+h} | t] \quad (1)$$

- Cuando el modelo se ajusta a la serie transformada ( $x_t$ ), el pronóstico de  $y_t$  se calcula como  $f^t(E[x_{t+h} | t])$ . Así, para hallar el nivel de  $y_{t+h}$  se aplica la transformación inversa sobre el pronóstico de la serie transformada ( $x_{t+h}$ ). A esta proyección se le denomina *naive*. Por ejemplo, para la transformación logarítmica, donde  $x_t = \log(y_t)$ , el pronóstico naive de  $y_t$  es:

$$y_{t+h|t}^{nai} = \exp(E[x_{t+h} | t]) \quad (2)$$

No obstante, (2) no tiene en cuenta el cambio en la distribución de la serie transformada, y por lo tanto, no es óptimo. El pronóstico *óptimo* ajustado a la serie en logaritmo es:

$$y_{t+h|t}^{opt} \approx \exp(E[x_{t+h} | t] + \frac{1}{2} \sigma_x^2(h)) = \exp(E[x_{t+h} | t]) \cdot \exp(\frac{1}{2} \sigma_x^2(h)), \quad (3)$$

en donde  $\sigma_x^2(h)$  es la varianza del error de pronóstico  $h$  pasos adelante. De esta manera, en (3) se aprecia que la proyección *naive* debe ser corregida por un factor de la varianza del error de pronóstico de la serie en logaritmo.

Teniendo en cuenta que se cuenta con tres tipos de pronósticos: lineal, naive y óptimo; a continuación, se utiliza la desigualdad de Jensen para mostrar que el pronóstico lineal no es igual que el naive, incluso tiende a ser mayor. La desigualdad de Jensen contempla que para cualquier variable aleatoria  $z$  y una función convexa  $g(z)$  se cumple que<sup>7</sup>:

$$E[g(z)] \geq g(E[z]), \quad (4)$$

Utilizado lo anterior, al comparar los pronósticos de una serie en logaritmo respecto a las proyecciones en niveles y dado que la función exponencial es estrictamente convexa, se puede reemplazar las ecuaciones (1) y (2) en (4):

$$E[\exp(x_{t+h}) | t] > \exp(E[x_{t+h} | t]) \\ y_{t+h|t}^{lin} > y_{t+h|t}^{nai} \quad (5)$$

De esta manera, se observa que los pronósticos naive y lineal no son iguales<sup>8</sup>. De hecho, el lineal resulta ser mayor que el naive. En ese sentido,  $a$

<sup>6</sup> Donde  $E[y_{t+h} | t] = E[y_{t+h} | y_t, y_{t-1}, y_{t-2}, \dots]$

<sup>7</sup> Si la función es estrictamente convexa, la desigualdad es estricta. Por otra parte, cuando la función es cóncava, la desigualdad se invierte, es decir  $E[g(z)] \leq (E[z])$ .

<sup>8</sup> Lo mismo aplica al comparar el pronóstico óptimo respecto al lineal.

*priori* el investigador no sabría si las proyecciones lineales están sobreestimando los valores futuros de la variable de interés o si la proyección naive está subestimando los mismos. Como cada tipo de pronóstico tendrá un error asociado, se podría determinar cuál de aquellos presenta el mejor desempeño al encontrar aquel que genere las menores pérdidas posibles. Más adelante se muestra una aplicación que evalúa el desempeño de las proyecciones sobre un conjunto de variables macroeconómicas en Colombia que se derivan del uso de modelos ARIMA y de transformaciones de potencia, motivación del presente trabajo.

### III. Metodología propuesta

Para realizar la implementación de los modelos ARIMA junto con la aplicación de transformaciones de potencia a las series de tiempo ( $y_t$ ), se divide la muestra de  $T$  observaciones en una submuestra *in-sample* de tamaño  $m$  y una submuestra *out-sample* de tamaño  $n = T - m$ . Con ello, se busca ajustar el modelo más adecuado para los valores dentro de muestra  $y_1, \dots, y_m$  y luego comparar su desempeño en términos de pronóstico fuera de muestra para horizontes de tiempo  $h$ .

Se busca comparar los valores estimados para  $y_{m+h|m}, \dots, y_{T|T-m}$  respecto a los datos observados, es decir,  $y_{m+h}, \dots, y_T$ . Cabe señalar que en cada estimación se utilizó una ventana móvil de tamaño  $w$  para ajustar cada modelo y realizar los pronósticos de la serie  $h$  pasos adelante. En otras palabras,

en cada iteración del procedimiento se actualiza la ventana agregando una observación al final y eliminando una inicial. De esta forma, el número de observaciones disponibles para la estimación permanece constante en cada iteración.

La ventaja de utilizar el procedimiento de ventana móvil es que permite capturar posibles cambios en el comportamiento de la serie, ya que la identificación de los modelos y los parámetros estimados no son necesariamente los mismos al desplazarse a lo largo de la muestra. En cada ventana se ajusta un modelo, se estiman los coeficientes y se pronostica. Así, el procedimiento se repitió  $T-w-h + 1$  veces y arrojó  $n-h$  proyecciones  $h$  pasos adelante.

En cada iteración (cada ventana) se identifican y estiman modelos ARIMA siguiendo la metodología de Box y Jenkins (1970). Para modelar el componente estacional de las series, siguiendo a Lütkepohl y Xu (2011) se consideran los siguientes modelos:

- SARIMA ( $p, d, q$ )( $P, D, Q$ )

$$\theta(B)\Theta_s(B^s)\Delta\Delta_s x_t = \nu + \phi(B)\Phi_s(B^s)\varepsilon_t$$

- SARI ( $p, d$ )( $P, D$ )

$$\theta(B)\Theta_s(B^s)\Delta\Delta_s x_t = \nu + \varepsilon_t$$

- Estacional determinístico: ARIMA ( $p, d, 0$ ) con *dummies* estacionales

$$\theta(B)\Delta_{x_t} = v_1\delta_{1t} + \dots + v_{s-1}\delta_{(s-1)t} + \varepsilon_t$$

- Estacional combinado: SARIMA ( $p, d, 0$ )( $P, D, 0$ ) con *dummies* estacionales

$$\theta(B)\Theta(B^s)\Delta\Delta_s x_t = v_1\delta_{1t} + \dots + v_{s-1}\delta_{(s-1)t} + \varepsilon_t$$



donde  $\Delta$  es el operador diferencia,  $s$  es la frecuencia estacional,  $\theta(B)$ ,  $\Theta_s(B^s)$ ,  $\phi(B)$ ,  $\Phi_s(B^s)$  son polinomios del operador de rezago  $B$  de orden  $p$ ,  $P$ ,  $q$  y  $Q$ , respectivamente y  $\Delta_s = 1 - B^s$ . Para seleccionar el número de diferencias simples y estacionales, se aplicó la prueba de raíz unitaria de Kwiatkowski, Phillips, Schimdt, y Shin (1992) y la prueba de raíz unitaria estacional de Canova y Hansen (1995). De igual forma, los ordenes autorregresivos y de media móvil se eligieron a partir del criterio de información bayesiano (BIC). Adicionalmente,  $\delta_{it}$  es el conjunto de variables dicotómicas estacionales con  $i: 1, \dots, s-1$ ,  $v$  es una constante y  $\varepsilon_t \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma^2)$ . En caso de utilizarse la transformación Box-Cox se debe también estimar el parámetro<sup>9</sup>.

Así, se cuenta con un número de pronósticos para cada horizonte de tiempo ( $h$ ), para cada estructura ARIMA determinada, y para cada uno de los tipos de proyecciones contempladas en este documento: *lineal*, *naïve* y *óptimo*. Por último, para evaluar si el uso de las transformaciones mejora el desempeño de las proyecciones, en este documento se calculan los errores de pronósticos cuadráticos medios y se realiza la prueba Giacomini y White (2006) para analizar si existen diferencias significativas en los pronósticos de los ejercicios *lineal*, *naïve* y *óptimo*. Todo lo anterior sobre dos periodos

muestrales diferentes, antes y después de la crisis de 1998-1999 en Colombia.

La prueba de Giacomini y White (2006)<sup>10</sup> contrasta la hipótesis nula de no existencia de diferencias sistemáticas entre las pérdidas de los pronósticos de dos modelos de la siguiente manera.

$$H_0: E [L_{t+h}(e_{t+h|t}) - L_{t+h}(e_{t+h|t'})] \equiv E [\Delta L_{t+h}] = 0$$

donde  $L(\cdot)$  es cualquier función de pérdida y  $e_{t+h|t}$  con  $i=1,2$  son los errores de los pronósticos estimados  $h$  pasos adelante a partir de dos modelos a evaluar. Para contrastar la hipótesis, los autores derivan el estadístico de prueba

$$t_h = \frac{\Delta \bar{L}_{t+h}}{\hat{\sigma}_n / \sqrt{n}} \sim N(0, 1)$$

donde  $\Delta \bar{L}_{t+h} \equiv n^{-1} \sum \Delta L_{t+h}$  y  $\hat{\sigma}_n^2$  es un estimador HAC de la varianza de  $\Delta \bar{L}_{t+h}$ .

#### IV. Ejercicio empírico sobre variables macroeconómicas colombianas

El procedimiento descrito en la sección anterior se aplicó sobre las siguientes series macroeconómicas<sup>11</sup> de Colombia: el índice de precios al consumidor (IPC), el agregado monetario M1, el producto

<sup>9</sup> El parámetro se estimó por máxima verosimilitud. Ver Spitzer (1982) y Seaks y Layson (1983).

<sup>10</sup> Esta prueba no es condicional porque el desempeño relativo de los pronósticos no está sujeto a ningún conjunto de información adicional. Para una discusión de las pruebas de habilidad predictiva condicionales y no condicionales, ver Clark y McCracken (2010).

interno bruto (PIB), el índice de producción manufacturera (IPI), y la inversión<sup>12</sup>. Para cada una de las series se cuenta con información desde la década del ochenta, sin embargo se debe advertir la existencia de un cambio estructural marcado y común para todas ellas en el periodo muestral analizado. Este fenómeno está relacionado con lo sucedido a finales de los noventa (entre 1998 y 1999), cuando la economía colombiana sufrió una crisis hipotecaria<sup>13</sup>.

Mediante el cálculo de ciertas estadísticas descriptivas se puede ilustrar que la economía colombiana se comportaba diferente antes y después de los noventa. Por ejemplo, el coeficiente de variación del crecimiento anual del PIB entre el primer trimestre de 1991 y el último de 1999 fue 0,65, y luego entre el primer trimestre de 2001 y el segundo de 2012 disminuyó a 0,48. Entre enero de 1980 y diciembre de 1999, la inflación a 12 meses estuvo en promedio alrededor de 22% con una desviación estándar de 5,6%, mientras que entre enero

de 2001 y abril de 2013 su promedio disminuyó y se ubicó en 5,2% con una desviación estándar de 1,8%. Como lo muestran Melo y Núñez (2004), el cambio en el comportamiento de la inflación luego de la crisis de 1998-1999, que implicó una menor variabilidad de la misma, favoreció la habilidad predictiva de los modelos de series de tiempo con que el Banco Central contaba en ese momento.

El presente trabajo divide el ejercicio en dos periodos de análisis, antes y después de dicha crisis. En el Cuadro 1 se resume la periodicidad y el tiempo tomado en las muestras asociadas a cada una de las series en cada periodo. Asimismo, el Gráfico 1 permite realizar una primera inspección gráfica de las series en su nivel original (línea gruesa, eje izquierdo) y transformadas con logaritmos (línea punteada, eje derecho). Allí, las regiones sombreadas resaltan los dos periodos muestrales que serán analizados más adelante para cada una de las variables de interés.

---

<sup>11</sup> Esta investigación aborda la pregunta sobre la pertinencia de las transformaciones de potencia desde el punto de vista estadístico; así, la variable original es modelada de acuerdo a la transformación de potencia apta a los modelos econométricos. No obstante, se puede retornar a la serie de interés para calcular la cifra que tenga más sentido económico. Por ejemplo, al querer pronosticar la inflación, se modela y pronostica el IPC y luego se puede calcular la inflación mensual o anual a partir de las variaciones porcentuales del IPC.

<sup>12</sup> En el caso del PIB y la inversión en precios constantes se tomaron las series desestacionalizadas puesto que son las más utilizadas en el análisis económico y, a diferencia de las otras utilizadas en esta investigación, cuentan con una publicación oficial de la serie desestacionalizada, la cual es realizada por el Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE).

<sup>13</sup> Al realizar las pruebas de raíz unitaria con cambio estructural desconocido Zivot y Andrews (1992) y conocido Saikkonen y Lütkepohl (2002) se apreció lo siguiente: i) en la prueba de Zivot y Andrews (1992) la prueba detectó varios cambios estructurales para una misma serie, sin embargo, para todas las series coincide que existe un cambio estructural hacia finales de los noventa y ii) en la prueba de Saikkonen y Lütkepohl (2002) al introducir variables dicotómicas que modelan el cambio estructural después de los noventa, éstas variables resultaron significativas.

## Cuadro 1

## PERIODICIDAD Y PERÍODO DE MUESTRA DE LAS SERIES SELECCIONADAS DE COLOMBIA

Serie	Periodicidad	Período 1	Período 2	Fuente
IPC	Mensual	Enero 1980 - diciembre 1995	Enero 2003 - octubre 2012	DANE
M1		Enero 1986 - diciembre 1995	Enero 2003 - octubre 2012	Banco de la República
IPI		Enero 1980 - diciembre 1996	Enero 2001 - octubre 2012	DANE
PIB Inversión	Trimestral	1977 (I) - 1995 (IV)	2000(I) - 2012(II)	Banco de la República

El cambio más evidente ocurre sobre el IPC que para el primer periodo presenta un comportamiento exponencial, el cual es lineal al aplicar la transformación logarítmica. Para el periodo 2, la dinámica del IPC con y sin transformación es muy similar. Algo similar ocurre para el agregado monetario (M1). En el resto de series no se aprecia un cambio sustancial entre la serie original y el logaritmo de la serie en ambos tramos de tiempo, lo que podría sugerir que no habría diferencias importantes entre utilizar una o la otra para implementar las metodologías ARIMA mencionadas en la sección anterior.

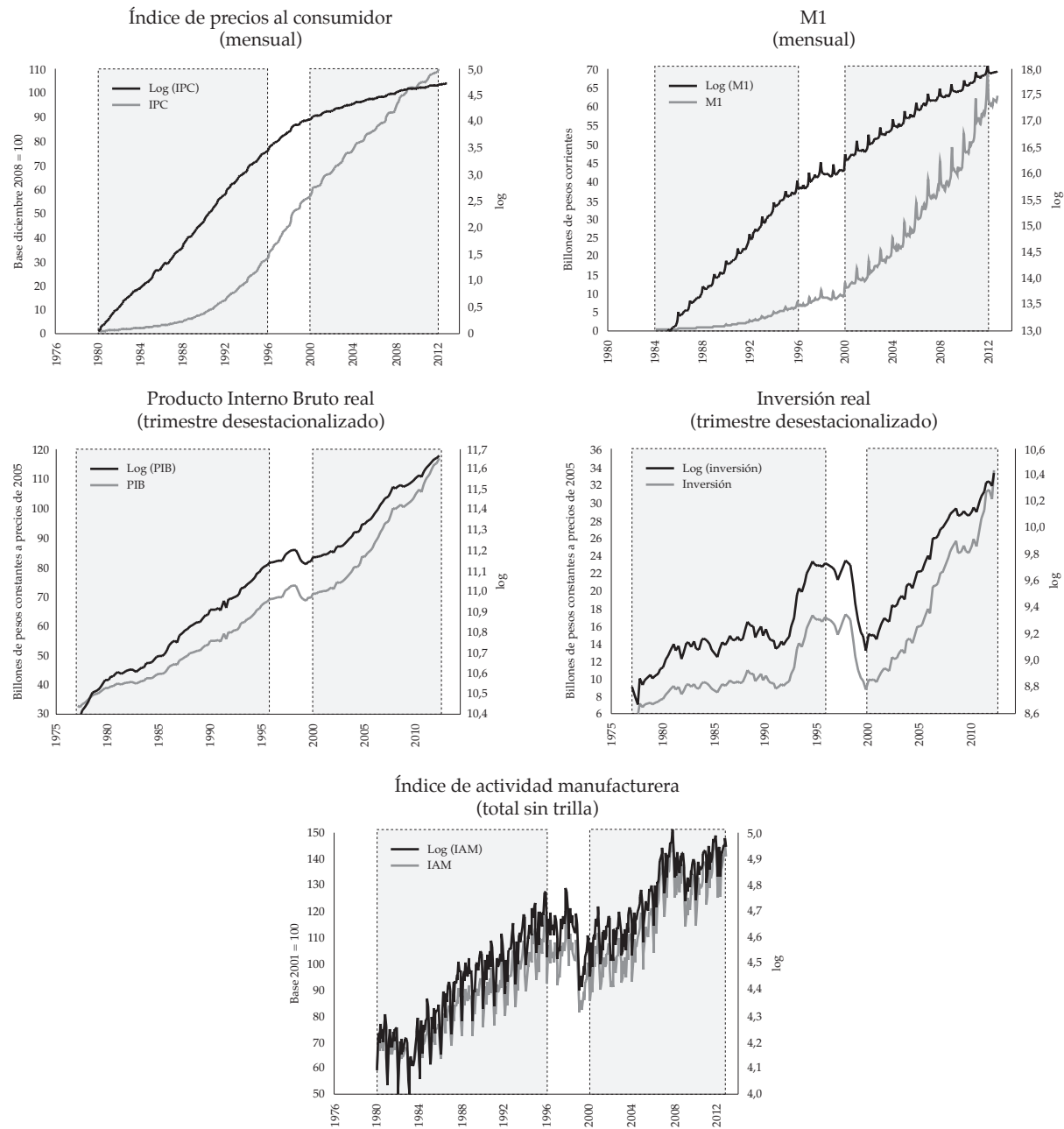
Pese a esto, es importante señalar que de acuerdo con la mayoría de estudios en la literatura econométrica, se espera que para el periodo de mayor volatilidad (antes del año 2000) los pronósticos estimados a partir de series transformadas tengan

mejor desempeño que los realizados mediante el uso de las series en niveles. Para el segundo periodo, caracterizado por una menor variabilidad, después del año 2000, se espera que suceda lo contrario. En los Cuadros 1A al 5B del Anexo 1 se presentan los resultados obtenidos de comparar las pérdidas en términos de pronóstico derivadas de las proyecciones lineales y naive para cada una de las series y cada una de las estructuras o modelos mencionados en la sección anterior<sup>14</sup>.

En los Cuadros 1A al 5B del Anexo 1 se presentan los cocientes entre el promedio de las pérdidas calculadas para las proyecciones naive respecto a las lineales, utilizando medidas como el error cuadrático medio (MSE) y error absoluto medio (MAE). De esta manera, valores menores (mayores) que uno indican que los pronósticos naive se desempeñan relativamente mejor (peor) que los

<sup>14</sup> Para las series del PIB e inversión, se realizó un empalme de los valores a precios constantes de las bases 1975, 1994 y 2005 de las series desestacionalizadas. Por tanto, para estas dos variables se prescindió de los modelos estacionales y únicamente se estimaron modelos ARIMA y ARI.

**Gráfico 1**  
**NIVELES VS. LOG DE SERIES SELECCIONADAS DE COLOMBIA**



Fuente: Elaboración propia con datos del Banco de la República y DANE.

pronósticos lineales. Adicionalmente, los asteriscos denotan la significancia, \* al 10 %, \*\* al 5% y \*\*\* al 1% de la prueba Giacomini-White de habilidad predictiva no condicional aplicada a las pérdidas de los pronósticos.

La comparación entre pronósticos óptimos y naive (ver Anexo 2) mostró que, en línea con Lütkepohl y Xu (2012), no hay evidencia estadística que muestre diferencias significativas en la habilidad predictiva de ellos<sup>15</sup>. A partir de esto, y dado que el pronóstico *naive* es frecuentemente utilizado en los trabajos empíricos y su cálculo es más sencillo, respecto a las proyecciones *óptimas*, el presente trabajo se concentra en la comparación entre los *lineales* y los *naive*. Es decir, los obtenidos sobre las series en niveles y sobre la aplicación de la operación inversa de la serie transformada.

En el caso concreto del IPC, en los Cuadros 1A y 1B del Anexo 1, se confirma el análisis previo realizado con la inspección gráfica. Al comparar la habilidad predictiva, se encontró que los pronósticos naive (tanto de transformación logarítmica como Box-Cox) tienen un desempeño más favorable que los lineales en el periodo 1 y su ajuste

mejora a medida que el horizonte de predicción se incrementa, en especial para horizontes 6 y 12 meses adelante. En términos de la transformación utilizada, se aprecia que el estimador del parámetro de Box-Cox es cercano a cero, lo que sugiere que debería utilizarse el logaritmo<sup>16</sup>.

Por el contrario, para el periodo 2, se observan algunas pérdidas significativas en el desempeño del pronóstico bajo el esquema que utiliza la transformación logarítmica del IPC. De hecho, al aplicar la metodología Box-Cox, el intervalo de confianza de  $\hat{\lambda}$  incluye al uno, lo que señala que es adecuado mantener la serie en su nivel original. Este resultado también fue encontrado por Zárate y Rengifo (2013) para Colombia. Asimismo, debe notarse que las ganancias predictivas de los pronósticos lineales son significativas para horizontes de 1, 3, 6 y 12 meses adelante. Para un año adelante, el modelo de mejor desempeño predictivo es el estacional combinado.

Con todo ello, se puede concluir que con el objetivo de pronosticar el IPC es adecuado transformar la serie en el periodo 1, en particular mediante el uso del logaritmo, mientras que para el periodo 2 es conveniente mantener los niveles originales de la serie.

<sup>15</sup> Los valores en los Cuadros del Anexo 2 corresponden a la razón entre el promedio de las pérdidas de los pronósticos naive y óptimos, de manera que valores menores (mayores) que uno indican que los pronósticos naive se desempeñan relativamente mejor (peor) que los pronósticos óptimos. Para el cálculo se utilizaron las medidas MSE y MAE. El lector puede apreciar en los Cuadros 6 al 10 que los valores de las estadísticas se encuentran muy cercanos a uno.

<sup>16</sup> Note que como  $\hat{\lambda}$  es cercano a cero, los resultados de comparar los pronósticos de la serie en niveles contra la serie en logaritmos son similares a los de comparar los pronósticos de la serie en niveles contra la serie transformada a la Box-Cox.

Para M1, en el (Cuadros 2A y 2B del Anexo 1), se observa que para el periodo 1 al usar modelos estacionales determinísticos y combinados resulta beneficioso aplicar la transformación logarítmica para horizontes de 1 y 3 meses adelante. Por el contrario, al implementar los modelos SARIMA y SARI la prueba de Giacomini y White (2006) muestra que los resultados no son significativos. Para el periodo 2, no hay diferencias estadísticamente significativas que favorezcan la habilidad predictiva de algún tipo de pronóstico. En los modelos SARIMA y SARI el desempeño entre los pronósticos *naive* y *lineales* es similar (valores cercanos a uno), mientras que en los modelos determinísticos y combinados los pronósticos *naive* parecen ajustarse mejor. Algo similar ocurre para el PIB, para el cual el ejercicio sugiere que la transformación logarítmica mejora el desempeño para el periodo 1 para un horizonte de un año (4 trimestres adelante), mientras que para el periodo 2, la evidencia estadística no es concluyente en favor de ninguno de los tres tipos de proyecciones: lineal, *naive* u óptimo (ver Cuadro 3A del Anexo 1).

En los Cuadros 4A, 4B, 5A y 5B del Anexo 1 se observa que para el periodo 1, tanto para la producción industrial como para la inversión, la evidencia estadística no es concluyente a favor de la utilización de las transformaciones. Para el periodo 2, los modelos y transformaciones utilizadas sobre la variable asociada al sector manufacturero muestran resultados mixtos, mientras que en el caso de la inversión, la evidencia estadística se inclina por la utilización de las proyecciones lineales, con lo cual se concluye que es mejor mantener los niveles originales de la serie.

Por último, en el Cuadro 2 se presenta un resumen que señala cuál tipo de transformaciones de potencia se debería utilizar para los periodos y variables analizados, dados los resultados obtenidos. Esto evaluando la mejor habilidad predictiva para cada serie. Como resultado se observa que en el período 1, la transformación logarítmica de las series es, en general, la mejor opción para pronosticar, lo cual es intuitivo puesto que en ese periodo la economía colombiana fue más volátil<sup>17</sup>. Por el con-

## Cuadro 2

### RESUMEN DE COMPARACIÓN DE PRONÓSTICOS

	IPC	M1	PIB	IPI	Inversión
Período 1	Log	Log	Log	Mixto	Indiferente
Período 2	Lin	Mixto	Indiferente	Indiferente	Lin

Log: en logaritmos. Lin: los resultados de la pruebas sugieren el uso de las series en niveles. Indiferente: no hay evidencia estadística que favorezca o rechace el uso de transformaciones. Mixto: en unos modelos es mejor transformar y en otros más favorable usar la serie en nivel.

<sup>17</sup> Al realizar las transformaciones se lograba estabilizar de cierta forma la varianza.

trario, en el período 2, no hay evidencia suficiente que favorezca el uso de las transformaciones sobre la utilización de las series originales, y viceversa.

## V. Conclusiones

La aplicación del logaritmo natural a las series económicas es muy utilizada debido a las bondades que dicha transformación tiene sobre el comportamiento de la serie en términos de modelación. Es un consenso en el campo de la econometría que el uso del logaritmo estabiliza la varianza. Sin embargo, esto es cierto parcialmente, puesto que en el caso que el proceso generador de datos de la serie es más estable o es menos volátil, la transformación no necesariamente mejora el desempeño de los modelos en términos de pronóstico.

Partiendo de lo anterior, en este trabajo se comparó la habilidad predictiva de algunas series macroeconómicas de Colombia en niveles y sus respectivas transformaciones de potencia (logarítmica y Box-Cox) en dos periodos de muestra: i) entre 1980 - 1995 en el cual la economía del país fue más volátil, y ii) entre 2002 - 2012 en el cual la variabilidad disminuyó significativamente. Las variables usadas en el ejercicio empírico fueron el índice de precios al consumidor (IPC), el agregado monetario M1, el producto interno bruto real (PIB), el índice de producción manufacturera (IPI), y la inversión real.

Para contrastar los resultados de los diferentes modelos mencionados en la sección III y utilizado las series en niveles, en logaritmos y la transformación Box-Cox en cada uno de ellos, se realizó una evaluación de pronóstico fuera de muestra a través de la metodología de ventanas móviles. A partir de esto, se calculó el error cuadrático medio y el error absoluto medio para comparar los pronósticos entre modelos. Luego, se evaluó la habilidad predictiva de los pronósticos estimados aplicando la prueba de Giacomini y White (2006).

Entre los principales resultados del presente ejercicio se tiene que: i) en el período 1, la estrategia de transformar las series con logaritmos mejora la habilidad predictiva, lo cual es consistente con el hecho de que las transformaciones de potencia permiten estabilizar la varianza de las series en presencia de mayor volatilidad; lo que a su vez, permite una mejor calibración del modelo y mejorías en los pronósticos, y ii) en el período 2, no se encuentra evidencia contundente acerca de las ventajas de aplicar transformaciones de potencia en términos de mejorar la habilidad predictiva; por el contrario, en algunos casos puede ocasionar pérdidas significativas en la precisión de los pronósticos. De esta manera, los resultados de este trabajo resaltan la importancia y relevancia de evaluar si aplicar transformaciones es un procedimiento adecuado cuando se quiere pronosticar series económicas.

## Bibliografía

- A Benati, L. (2004). *Evolving Post World War II Economic Performance*. Journal of Money, Credit and Banking, 36(4), 691-717.
- Box, G. E. P. & Cox, D. R. (1964). *An Analysis of Transformations*. Journal of Royal Statistical Society, Series B (Methodological), 26(2), 211-252.
- Box, G. E. P. & Jenkins, G. M. (1970). *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. San Francisco: Holden-Day.
- Canova, F. & Hansen, B. E. (1995). *Are Seasonal Patterns Constant over Time? A Test for Seasonal Stability*, Journal of Business & Economic Statistics, 13(3), 237-252.
- Chen, C. & Lee, J. (1997). *On selecting a power transformation in time-series analysis*. Journal of forecasting, 16, 343-354.
- Clark, T. E. & Mccracken, M. W. (2010). *Testing for Unconditional Predictive Ability*. Working Paper Series 2010-031A, Research Division, Federal Reserve Bank of St.Louis.
- Giacomini, R., & WHITE, H. (2006). *Test of Conditional Predictive Ability*. Econometrica, 74(6), 1545-1578.
- Gillard, J. (2012). *A generalised Box-Cox transformation for the parametric estimation of clinical reference intervals*. Journal of Applied Statistics, 39(10), 2231-2245.
- Guerrero, V. (2003). *Análisis Estadístico de Series de Tiempo Económicas*. Thomson, 2 edn. Hoyle, M. (1973). *Transformations: an introduction and a bibliography*. The International Statistical Review, 41, 203-223.
- Kwiatkowski, D., Phillips, P. C. B., Schimdt, P. & Shin, Y. (1992). *Testing the Null Hypothesis of Stationarity against the Alternative of a Unit Root*. Journal of Econometrics, 54, 159-178.
- Lee, M., Sadaei, H. & Suhartono, J. (2013). *Improving TAIFEX forecating using fuzzy time series with Box-Cox power transformation*. Journal of Applied Statistics, 40, 2407-2422.
- Lütkepohl, H. & Proietti, T. (2011). *Does the Box-Cox Transformation help in Forecasting Macroeconomic Time Series?* OMEWorking Paper 08 / 2011, Business School, University of Sydney.
- Lütkepohl, H. & Xu, F. (2011). *Forecasting Annual Inflation with Seasonal Monthly Data: Using Levels versus Logs of the Underlying Price Index*. Journal of Time Series Econometrics, 3(3).
- \_\_\_\_\_(2012). *The Role of the Log Transformation in Forecasting Economic Variables*. Empirical Economics, 42(3), 619-638.
- Mayr, J.,& Ulbricht, D. (2007). *Log versus level in VAR forecasting: 16 million empirical answers, expect the unexpected*. Working paper 42, Ifo Institute.
- Melo, L. F. & Núñez, H. M. (2004). *Combinación de Pronósticos de la Inflación en Presencia de Cambios Estructurales*. Borradores de Economía 286, Banco de la República.
- Proietti, T. & Riani, M. (2007). *Transformations and Seasonal Adjustment: analytic solutions and case studies*. Working Paper Series 143, Research Division, Federal Reserve Bank of St. Louis.
- \_\_\_\_\_(2009). *Transformations and Seasonal Adjustment*. Journal of Time Series Analysis, 30, 47-69.



- Rahman, M. & Pearson, L. (2008). *Anderson-Darling statistic in estimating the Box-Cox transformation parameter*. *Journal of Applied Probability and Statistics*, 3(1), 45-57.
- Saikkonen, P. & Lütkepohl, H. (2002). *Testing for a unit root in a time series with a level shift at unknown time*. *Econometric Theory*, 18, 313-348.
- Sakia, R. (1992). *The Box-Cox transformation technique: a review*. *The Statistician*, 41, 169-178.
- Seaks, T. G. & Layson, S. K. (1983). *Box-Cox estimation with standard econometric problems*. *The Review of Economics and Statistics*, 65(1), 160-164.
- Spitzer, J. J. (1982). *A primer on Box-Cox estimation*. *The Review of Economics and Statistics*, 64(2), 307-313.
- Stock, J. H. & Watson, M. W. (2007). *Why Has U.S. Inflation Become Harder to Forecast?* *Journal of Money, Credit and Banking*, 39(s1), 3-33.
- Sun, L., Tong, X. & Zhou, X. (2012). *A class of Box-Cox transformation models for recurrent event data*. *Lifetime Data Analysis*, 17, 280-301.
- Yeo, I. & Johnson, R. (2000). *A new family of power transformations*. *Biometrika*, 87, 954-959.
- Zárate, H. & Rengifo, A. (2013). *Forecasting Annual Inflation with Power Transformations: the Case of Inflation Targeting Countries*. Borradores de Economía 756, Banco de la República.
- Zárate, J. P., Cobo, A. L. & Gómez, J. E. (2012). *Lecciones de las crisis financieras recientes para el diseño e implementación de las políticas monetaria y financiera en Colombia*. Borradores de Economía 708, Banco de la República.
- Zivot, E. & Andrews, D. (1992). *Further evidence on the great crash, the oil price shock and the unit root hypothesis*. *Journal of Business and Economic Statistics*, 10(3), 251-270.

## Anexo 1

### Cuadro 1

#### ERRORES DE PRONÓSTICOS NAIVE VS. LINEALES DEL IPC

A. Período 1: enero 1980 - diciembre 1995								
$\omega = 72$		Log/Lin		BoxCox/Lin		RMSE		
		MAE	MSE	MAE ( $\hat{\lambda} = -0,01$ )	MSE ( $\hat{\sigma}_\lambda = 0,05$ )	Lin	Log	BoxCox
SARIMA	h = 1	1,09	1,11	1,08	1,13	0,086	0,091	0,091
	h = 3	0,99	0,89	0,98	0,91	0,235	0,223	0,224
	h = 6	0,89	0,74	0,89	0,75	0,430	0,370	0,373
	h = 12	0,82	0,72	0,82	0,72	0,713	0,606	0,608
SARI	h = 1	1,04	1,15	1,16	2,07	0,086	0,092	0,124
	h = 3	1,00	1,06	1,04	1,29	0,236	0,244	0,26
	h = 6	0,90	0,94	0,92	0,99	0,452	0,439	0,45
	h = 12	0,80 *	0,92	0,81 *	0,94	0,774	0,744	0,751
Estacional determinístico	h = 1	0,97	0,71	0,98	0,72	0,094	0,079	0,080
	h = 3	0,71	0,45	0,71	0,46	0,297	0,002	0,203
	h = 6	0,57 ***	0,32 **	0,58 ***	0,34 **	0,626	0,355	0,364
	h = 12	0,52 ***	0,32 **	0,53 ***	0,34 **	1,262	0,716	0,740
Estacional combinado	h = 1	1,00	0,65	1,02	0,70	0,101	0,081	0,085
	h = 3	0,80	0,53	0,82	0,55	0,297	0,217	0,220
	h = 6	0,71 **	0,45 **	0,71 *	0,44 *	0,593	0,399	0,394
	h = 12	0,66 ***	0,48 **	0,66 ***	0,47 *	1,157	0,800	0,793

B. Período 2: enero 2003 - octubre 2012								
$\omega = 72$		Log/Lin		BoxCox/Lin		RMSE		
		MAE	MSE	MAE ( $\hat{\lambda} = 1,46$ )	MSE ( $\hat{\sigma}_\lambda = 0,63$ )	Lin	Log	BoxCox
SARIMA	h = 1	1,07	1,16 *	1,03	1,02	0,203	0,218	0,205
	h = 3	1,18 **	1,24 **	1,01	0,99	0,570	0,635	0,568
	h = 6	1,22 ***	1,33 ***	0,88 *	0,84 **	1,057	1,218	0,971
	h = 12	1,21 ***	1,41 ***	0,80 ***	0,76 ***	1,642	1,949	1,434
SARI	h = 1	1,07 *	1,12	1,02	1,01	0,207	0,219	0,208
	h = 3	1,10 **	1,15	1,00	0,99	0,583	0,626	0,583
	h = 6	1,11 *	1,20 *	0,90	0,89	1,078	1,182	1,019
	h = 12	1,20 ***	1,38 **	0,83 **	0,76 **	1,595	1,873	1,396
Estacional determinístico	h = 1	1,14 ***	1,27 ***	0,96 **	0,93 ***	0,205	0,232	0,199
	h = 3	1,26 **	1,58 **	0,93 ***	0,86 **	0,528	0,664	0,491
	h = 6	1,32 ***	1,84 ***	0,89	0,79 ***	0,893	1,214	0,794
	h = 12	1,62 ***	2,22 ***	0,82 ***	0,70 **	1,401	2,086	1,172
Estacional combinado	h = 1	1,04	1,10	0,96	0,93	0,210	0,221	0,203
	h = 3	1,24 *	1,41	0,96	0,90	0,531	0,631	0,504
	h = 6	1,38 **	1,88 ***	0,96	0,88	0,866	1,187	0,812
	h = 12	1,87 ***	2,72 ***	0,85 **	0,74	1,349	2,226	1,160

Nota: \* significancia al 10 %, \*\* al 5% y \*\*\* al 1% de la prueba Giacomini-White de habilidad predictiva no condicional aplicada a los errores absolutos (EA) y errores cuadráticos (SE).

**Cuadro 2**  
**ERRORES DE PRONÓSTICOS NAIVE VS. LINEALES DEL M1**

A. Período 1: enero 1986 - diciembre 1995								
$\omega = 72$		Log/Lin		BoxCox/Lin		RMSE		
		MAE	MSE	MAE ( $\hat{\lambda} = -0,02$ )	MSE ( $\hat{\sigma}_\lambda = 0,08$ )	Lin	Log	BoxCox
SARIMA	h = 1	0,945	0,84	0,93	0,79	0,104	0,096	0,093
	h = 3	0,984	0,94	0,96	0,90	0,160	0,155	0,152
	h = 6	1,044	1,50	1,06	1,52	0,189	0,232	0,233
	h = 12	1,06	1,63	1,08	1,70	0,313	0,400	0,408
SARI	h = 1	1,02	0,99	1,02	1,00	0,105	0,104	0,104
	h = 3	1,13	1,20	1,12	1,21	0,159	0,174	0,175
	h = 6	1,15	1,71	1,17	1,78	0,188	0,247	0,251
	h = 12	1,21	2,22	1,20	2,28	0,305	0,455	0,461
Estacional determinístico	h = 1	0,64 ***	0,35 **	0,64 ***	0,35 **	0,144	0,086	0,086
	h = 3	0,60 **	0,36 *	0,61 **	0,38 *	0,230	0,139	0,142
	h = 6	0,54	0,49	0,55	0,52	0,294	0,207	0,212
	h = 12	0,53	0,49	0,528	0,52	0,518	0,363	0,373
Estacional combinado	h = 1	0,73 **	0,45 *	0,76 *	0,49 *	0,129	0,087	0,091
	h = 3	0,71	0,51	0,73	0,53	0,195	0,140	0,142
	h = 6	0,66	0,76	0,69	0,82	0,244	0,213	0,221
	h = 12	0,65	0,74	0,67	0,82	0,431	0,371	0,391

B. Período 2: enero 2003 - octubre 2012								
$\omega = 72$		Log/Lin		BoxCox/Lin		RMSE		
		MAE	MSE	MAE ( $\hat{\lambda} = 0,32$ )	MSE ( $\hat{\sigma}_\lambda = 0,21$ )	Lin	Log	BoxCox
SARIMA	h = 1	1,07	1,18	1,03	1,10	0,090	0,098	0,094
	h = 3	1,13	1,29	1,06	1,03	0,137	0,155	0,139
	h = 6	1,05	1,09	1,01	0,95	0,195	0,204	0,190
	h = 12	0,88	0,88	0,88	0,84	0,316	0,296	0,290
SARI	h = 1	1,01	1,05	0,97	1,03	0,101	0,103	0,103
	h = 3	1,19	1,24	1,16	1,15	0,144	0,161	0,154
	h = 6	1,10	1,13	1,05	0,99	0,206	0,220	0,205
	h = 12	0,88	0,87	0,90 **	0,89	0,328	0,306	0,310
Estacional determinístico	h = 1	0,98	1,17	0,94	0,86	0,090	0,098	0,084
	h = 3	0,93	0,97	0,83	0,72	0,134	0,132	0,114
	h = 6	0,84	0,79	0,82	0,67	0,187	0,166	0,153
	h = 12	0,84	0,76	0,84	0,66	0,282	0,247	0,229
Estacional combinado	h = 1	0,93	1,16	0,89	0,82	0,090	0,097	0,081
	h = 3	0,91	0,96	0,81	0,69	0,135	0,132	0,112
	h = 6	0,85	0,82	0,80	0,66	0,188	0,170	0,153
	h = 12	0,81	0,72	0,81	0,62	0,288	0,246	0,227

Nota: \* significancia al 10 %, \*\* al 5% y \*\*\* al 1% de la prueba Giacomini-White de habilidad predictiva no condicional aplicada a los errores absolutos (EA) y errores cuadráticos (SE).

**Cuadro 3**  
**ERRORES DE PRONÓSTICOS NAIVE VS. LINEALES DEL PIB**

A. Período 1: 1977(I) - 1995(IV)								
$\omega = 32$		Log/Lin		BoxCox/Lin		RMSE		
		MAE	MSE	MAE ( $\hat{\lambda} = -0,32$ )	MSE ( $\hat{\sigma}_\lambda = 0,72$ )	Lin	Log	BoxCox
ARIMA	h = 1	0,91	0,92	0,91	0,91	856,94	822,20	818,80
	h = 4	0,63 ***	0,44 ***	0,55 ***	0,34 ***	1.077,31	718,13	626,43
ARI	h = 1	1,01	1,18	1,01	1,17	800,03	870,06	864,92
	h = 4	0,71 ***	0,55 ***	0,63 ***	0,44 ***	1.052,19	779,71	701,01

B. Período 2: 2000(I) - 2012(II)								
$\omega = 32$		Log/Lin		BoxCox/Lin		RMSE		
		MAE	MSE	MAE ( $\hat{\lambda} = -0,82$ )	MSE ( $\hat{\sigma}_\lambda = 0,80$ )	Lin	Log	BoxCox
ARIMA	h = 1	0,98	1,01	1,08	1,38 *	1.061,83	1.066,87	1.247,70
	h = 4	0,93	1,10	1,22	1,49 ***	2.803,39	2.950,48	3.429,39
ARI	h = 1	1,03	1,14	1,10	1,49 *	9.88,48	1.056,77	1.207,86
	h = 4	0,96	1,07	1,37	1,75 ***	2.737,44	2.837,48	3.618,85

Nota: \* significancia al 10 %, \*\* al 5% y \*\*\* al 1% de la prueba Giacomini-White de habilidad predictiva no condicional aplicada a los errores absolutos (EA) y errores cuadráticos (SE).

### Cuadro 4

## ERRORES DE PRONÓSTICOS NAIVE VS. LINEALES DEL ÍNDICE DE PRODUCCIÓN MANUFACTURERA

A. Período 1: enero 1980 - diciembre 1996								
$\omega = 72$		Log/Lin		BoxCox/Lin		RMSE		
		MAE	MSE	MAE ( $\hat{\lambda} = 0,72$ )	MSE ( $\hat{\sigma}_\lambda = 0,30$ )	Lin	Log	BoxCox
SARIMA	h = 1	1,04	1,10	1,02	1,04	3.781	3.958	3.856
	h = 3	1,01	1,03	1,01	1,03	4.121	4.190	4.185
	h = 6	1,05	1.14 *	0,99	1,03	4.361	4.650	4.418
	h = 12	0,99	1,08	1,02	1,07	4.939	5.142	5.119
SARI	h = 1	1,03	1,11	1.02 *	1.03 **	3.839	4.056	3.905
	h = 3	0,99	1,02	1,00	1.02 **	4.196	4.242	4.244
	h = 6	1,06	1,14	1,03	1.05 **	4.485	4.785	4.600
	h = 12	1,06	1.13 *	1,00	1,00	5.034	5.347	5.042
Estacional determinístico	h = 1	1,00	1,03	0,99	0,99	3.494	3.551	3.485
	h = 3	0,99	1,04	0.98 *	0,99	3.840	3.916	3.820
	h = 6	0,99	1,03	0,99	0,99	4.613	4.675	4.597
	h = 12	1,03	1,07	1,01	1.02 *	5.334	5.524	5.383
Estacional combinado	h = 1	1,04	1,06	1,01	1,00	3.590	3.694	3.593
	h = 3	0,98	1,02	0,98	0,97	3.963	4.001	3.913
	h = 6	1,01	1,06	0,98	0,98	4.469	4.605	4.432
	h = 12	1,02	1,02	0,99	1,00	5.141	5.194	5.144

B. Período 2: enero 2001 - octubre 2012								
$\omega = 72$		Log/Lin		BoxCox/Lin		RMSE		
		MAE	MSE	MAE ( $\hat{\lambda} = 0,22$ )	MSE ( $\hat{\sigma}_\lambda = 0,56$ )	Lin	Log	BoxCox
SARIMA	h = 1	0,95	1,01	1,00	1,06	4.420	4.444	4.563
	h = 3	0,97	0,98	0,97	0,97	5.406	5.352	5.328
	h = 6	0,98	1,05	1,00	1,04	7.679	7.875	7.831
	h = 12	1,06	1.12 *	1,11 **	1,15 ***	12.088	12.785	12.959
SARI	h = 1	0,95	0,90	0,98	0,92	4.314	4.098	4.143
	h = 3	0,96	0,95	0,97	0,97	4.884	4.775	4.807
	h = 6	0,93	0,94	0,96	0,97	7.120	6.910	7.032
	h = 12	1,03	1,06	1,10 *	1,12 *	11.075	11.409	11.732
Estacional determinístico	h=1	1,01	1,03	0,99	1,00	3.784	3.848	3.786
	h=3	1,02	1,08	1,02	1,06	4.484	4.663	4.614
	h=6	1,05	1,10	1,04	1,06	6.463	6.768	6.668
	h=12	1,05 **	1,13 **	1,05 **	1,10 **	10.106	10.729	10.597
Estacional combinado	h = 1	1,02	1,10	0,99	0,99	4.073	4.275	4.065
	h = 3	1,05	1,13	0,95	0,89	4.909	5.218	4.633
	h = 6	1,04	1,13	0,98	0,99	7.235	7.688	7.205
	h = 12	1,15	1,32	1,10 **	1,22 ***	10.356	11.885	11.419

Nota: \* significancia al 10 %, \*\* al 5% y \*\*\* al 1% de la prueba Giacomini-White de habilidad predictiva no condicional aplicada a los errores absolutos (EA) y errores cuadráticos (SE).

**Cuadro 5**  
**ERRORES DE PRONÓSTICOS NAIVE VS. LINEALES DE LA INVERSIÓN**

A. Período 1: 1977(I) - 1995(IV)								
$\omega = 32$		Log/Lin		BoxCox/Lin		RMSE		
		MAE	MSE	MAE ( $\hat{\lambda} = 1,07$ )	MSE ( $\hat{\sigma}_\lambda = 0,65$ )	Lin	Log	BoxCox
ARIMA	h = 1	1,03	1,04	1,04	1,06	808,73	826,23	833,19
	h = 4	0,97	1,04	0,86	0,91	2.829,07	2.887,68	2.706,00
ARI	h = 1	0,79	0,53	0,79	0,52	1147,54	837,33	833,19
	h = 4	0,93	0,88	0,80	0,73	3156,78	2.961,31	2.706,00
B. Período 2: 2000(I) - 2012(II)								
$\omega = 32$		Log/Lin		BoxCox/Lin		RMSE		
		MAE	MSE	MAE ( $\hat{\lambda} = 0,00$ )	MSE ( $\hat{\sigma}_\lambda = 0,31$ )	Lin	Log	BoxCox
ARIMA	h = 1	1,15	1,33	1,15	1,33	1.180,89	1.363,36	1.363,36
	h = 4	1,29	1,70	1,29	1,70	2.179,57	2.847,67	2.847,67
ARI	h = 1	1,14	1,34 *	1,14	1,34 *	1.163,41	1.350,01	1.350,01
	h = 4	1,27	1,65	1,27	1,65	2.133,97	2.743,36	2.743,36

Nota: \* significancia al 10 %, \*\* al 5% y \*\*\* al 1% de la prueba Giacomini-White de habilidad predictiva no condicional aplicada a los errores absolutos (EA) y errores cuadráticos (SE).

## Anexo 2

### Cuadro 6

#### ERRORES DE PRONÓSTICOS NAIVE VS. ÓPTIMOS DEL IPC

$\omega = 72$	Antes de 1998		Después de 1998	
	MAE	MSE	MAE	MSE
<i>SARIMA</i>				
h = 1	1,00	1,00	1,00	1,00
h = 3	1,00	1,00	1,00	1,00
h = 6	1,00	1,00	1,00	0,99
h = 12	1,00	1,00	0,99	0,99
<i>SARI</i>				
h = 1	1,00	1,00	1,00	1,00
h = 3	1,00	1,00	1,00	1,00
h = 6	1,00	1,01	1,00	1,00
h = 12	1,01	1,04	0,99	0,99
<i>Estacional determinístico</i>				
h = 1	1,00	1,00	1,00	1,00
h = 3	1,00	1,00	1,00	1,00
h = 6	1,00	1,00	1,00	1,00
h = 12	1,00	0,99	1,00	0,99
<i>Estacional combinado</i>				
h = 1	1,00	1,00	1,00	1,00
h = 3	1,00	1,00	1,00	1,00
h = 6	1,00	1,00	1,00	1,00
h = 12	1,00	1,00	1,00	0,99

### Cuadro 7

#### ERRORES PRONÓSTICOS NAIVE VS. ÓPTIMOS DEL PIB

$\omega = 22$	Antes de 1998		Después de 1998	
	MAE	MSE	MAE	MSE
<i>ARIMA</i>				
h = 1	1,00	1,00	1,00	1,00
h = 4	1,01	1,02	1,00	1,00
<i>ARI</i>				
h = 1	1,00	1,00	1,00	1,00
h = 4	1,01	1,01	1,00	0,99

**Cuadro 8**  
**ERRORES DE PRONÓSTICOS NAIVE VS.**  
**ÓPTIMOS DEL M1**

$\omega = 72$	Antes de 1998		Después de 1998	
	MAE	MSE	MAE	MSE
<i>SARIMA</i>				
h = 1	1,00	1,00	1,00	1,00
h = 3	0,99	0,99	1,00	0,99
h = 6	0,99	0,98	1,00	0,99
h = 12	0,99	0,98	1,00	1,00
<i>SARI</i>				
h = 1	1,00	1,00	1,00	1,00
h = 3	1,00	0,99	1,00	0,99
h = 6	0,99	0,97	1,00	0,99
h = 12	0,99	0,97	1,00	0,99
<i>Estacional determinístico</i>				
h = 1	1,00	1,00	1,00	1,00
h = 3	1,00	0,99	1,00	0,99
h = 6	1,00	0,99	1,00	0,99
h = 12	1,00	0,98	1,00	0,98
<i>Estacional combinado</i>				
h = 1	1,00	1,00	1,00	1,00
h = 3	1,00	0,99	1,00	0,99
h = 6	1,00	0,99	1,00	0,99
h = 12	1,00	0,99	1,00	0,98

**Cuadro 9**  
**ERRORES DE PRONÓSTICOS NAIVE VS.**  
**ÓPTIMOS DE LA INVERSIÓN**

$\omega = 22$	Antes de 1998		Después de 1998	
	MAE	MSE	MAE	MSE
<i>ARIMA</i>				
h = 1	1,00	1,01	1,00	0,99
h = 4	1,00	0,99	1,00	1,00
<i>ARI</i>				
h = 1	1,00	1,01	1,00	0,99
h = 4	1,00	0,97	1,00	1,00



**Cuadro 10**  
**ERRORES DE PRONÓSTICOS NAIVE VS.**  
**ÓPTIMOS DEL ÍNDICE DE PRODUCCIÓN**  
**MANUFACTURERA**

$\omega = 72$	Antes de 1998		Después de 1998	
	MAE	MSE	MAE	MSE
<i>SARIMA</i>				
h = 1	1,00	1,00	1,00	1,00
h = 3	1,00	1,00	1,00	0,99
h = 6	1,00	1,00	1,00	0,99
h = 12	1,00	0,99	1,00	0,99
<i>SARI</i>				
h = 1	1,00	1,00	1,00	1,00
h = 3	1,00	1,00	1,00	0,99
h = 6	1,00	1,00	1,00	0,99
h = 12	1,00	0,99	1,00	1,00
<i>Estacional determinístico</i>				
h = 1	1,00	1,00	1,00	1,00
h=1	1,00	1,00	1,00	1,00
h=3	1,00	1,00	1,00	1,00
h=6	1,01	1,01	1,00	0,99
h=12	1,01	1,02	1,00	0,99
<i>Estacional combinado</i>				
h = 1	1,00	1,00	1,00	1,00
h = 3	1,00	1,00	1,00	0,99
h = 6	1,00	1,00	1,00	0,99
h = 12	1,00	1,00	1,00	0,99

