

La credibilidad de la banda cambiaria en Colombia: implicaciones sobre el diferencial de tasas de interés

Arturo José Galindo A.¹

RESUMEN

En este artículo se analiza la credibilidad de la banda cambiaria en Colombia y en particular su impacto sobre el diferencial de tasas de interés. Un modelo de credibilidad imperfecta al estilo de Werner (1995) es desarrollado, y se utiliza para explicar el comportamiento de la tasa de cambio y del diferencial de tasas de interés en Colombia durante el período Diciembre 1994 - Septiembre 1998. La característica principal del modelo es que las expectativas de devaluación de la paridad central son endógenas con respecto a la posición de la tasa de cambio al interior de las bandas. Una implicación central del modelo es que las expectativas de depreciación tienden a incrementar en lugar de disminuir al acercarse la

tasa de cambio a la banda superior cuando no se goza de perfecta credibilidad. Otra implicación es que el diferencial de tasas de interés se vuelve más volátil cuando hay credibilidad imperfecta. Al estimar la relación entre diferenciales de tasas de interés y la tasa de cambio se encuentra que la banda Colombiana careció de credibilidad durante este período.

I. INTRODUCCIÓN

Una de las propiedades más atractivas de los modelos básicos de bandas cambiarias² es que la tasa de cambio tiende a volver al centro de la banda cada vez que la economía experimenta choques que la empujan hacia alguno de los extremos. En el modelo básico de bandas cambiarias, Krugman(1991) muestra que la tasa de cambio al interior de las bandas exhibe un comportamiento de estabilización automática, es decir tiende a revertirse hacia

¹ Investigador Subgerencia Monetaria y de Reservas Banco de la República. Las opiniones expresadas en este artículo no comprometen al Banco de la República ni a su junta directiva. Una primera versión de este artículo fue escrita en Diciembre de 1998 mientras el autor estaba en licencia académica del Banco de la República en la Universidad de Illinois en Urbana-Champaign. Agradezco los comentarios de Alberto Carrasquilla, Hilde Patrón y los asistentes al seminario en Fedesarrollo a versiones anteriores.

² Ver Krugman (1991).

su media. Este resultado se traduce en el comportamiento del diferencial de tasas de interés. Cuando la tasa de cambio alcanza la banda superior hay expectativas de que esta va a retornar al medio y el diferencial de tasas de interés -que refleja las expectativas de apreciación o depreciación- se torna negativo. Lo contrario sucede cuando la tasa de cambio visita la banda inferior. Esta propiedad, desafortunadamente, no es inherente a cualquier banda cambiaria; se encuentra únicamente en bandas perfectamente creíbles³.

Dada la débil sustentación empírica de este tipo de modelos⁴, diversos autores los han extendido incorporando la posibilidad de que la banda cambiara sea realineada. Algunos ejemplos de esta literatura se encuentran en Bertola y Caballero (1992) quienes suponen que dentro de la banda la probabilidad de un realineamiento es cero, pero que al llegar la tasa de cambio a la banda se vuelve positiva; Bertola y Svensson (1993) quienes modelan la probabilidad de realinear la banda como un proceso estocástico posiblemente correlacionado con el proceso que le da movimiento a los fundamentales que determinan la tasa de cambio; y Werner (1995) quien modela la probabilidad como una función de la posición en que se encuentran los fundamentales en su banda implícita.

En este trabajo la probabilidad de un realineamiento es modelada como una función de la posición de la tasa de cambio dentro de la banda. Si bien el espíritu del modelo es similar al de Werner, se diferencia

fundamentalmente en que la probabilidad es función de una variable observada por todos los agentes -la tasa de cambio-, mientras que en el de Werner es una función de una variable no observable -los fundamentales. En cualquier caso, la relación entre diferenciales de tasas de interés y tasa de cambio son equivalentes en ambos modelos.

Con el fin de contrastar la validez empírica de un modelo de estas características para el caso Colombiano, se estima la relación entre el diferencial de tasas de interés y la tasa de cambio para el período comprendido entre Diciembre de 1994 y Septiembre de 1998, así como la volatilidad del diferencial de tasas de interés para el mismo período. El propósito de analizar dicha volatilidad es que ella provee información relevante sobre la credibilidad de la banda.

El resto del artículo está organizado de la siguiente manera. En la segunda parte se presenta el modelo y sus implicaciones, en la tercera se describe el método de estimación y las pruebas de credibilidad propuestas en este trabajo. En la cuarta parte se presentan los resultados de la estimación, y en la quinta y última se concluye.

II. EL MODELO

En esta sección se presenta un modelo de bandas cambiarias con credibilidad imperfecta, en el cual las expectativas de devaluación de la paridad central son determinadas endógenamente. Como es característico en este tipo de literatura, el modelo parte de una ecuación monetaria para la determinación de la tasa de cambio de la forma:

$$s = f + \alpha \frac{E[ds]}{dt} \quad (1)$$

donde s es el logaritmo de la tasa de cambio, α la semi-elasticidad de la demanda de dinero con res-

³ En este contexto, se dice que una banda es perfectamente creíble, si la probabilidad de una devaluación (o revaluación) de la paridad central de la banda es estadísticamente nula.

⁴ Ver Flood et.al (1991) y Rose y Svensson (1995) para una discusión empírica sobre las bandas cambiarias en el sistema monetario europeo.

pecto a la tasa de interés, y f un conjunto de fundamentales⁵ que siguen un proceso Browniano de la forma:

$$df = \sigma dW \quad (2)$$

con W un proceso de Wiener estandarizado, i.e. $E[dW] = 0$ y $E[(dW)^2] = dt$. Se supone que el banco central no interviene en el interior de la banda sino únicamente en los extremos⁶.

Seguindo a Bertola y Svensson (1993), las variables se definen en términos de desviaciones con respecto a la paridad central de la banda. En específico se definen $x = s - c$ y $h = f - c$ como las desviaciones de la tasa de cambio y de los fundamentales con respecto al centro de la banda, c .

Adicionalmente, las expectativas del lado derecho de (1) se pueden descomponer de la siguiente manera:

$$\frac{E_t[d\hat{s}]}{dt} = \frac{E_t[d\hat{x}]}{dt} + \frac{E_t[d\hat{q}]}{dt} \quad (3)$$

donde el primer término es la depreciación esperada de la tasa de cambio dentro de la banda, y el segundo es la devaluación esperada de la paridad central. Este término es el que determina si la banda es creí-

⁵ En el modelo más sencillo $f = m + v$ donde m es la oferta monetaria y v choques aleatorios. La ecuación 1 es una ecuación monetaria del tipo de cambio. Para derivarla suponemos que la demanda de dinero está dada $m - p = y - \alpha i$ con p el nivel de precios, i la tasa de interés, e y el ingreso. Todas las variables, a excepción de la tasa de interés se encuentran en logaritmos. Suponemos también que existe una economía foránea con una función de demanda similar. Las variables foráneas se identifican con un*. Restando ambas demandas obtenemos: $(p-p^*) = (m-m^*) - (y-y^*) + \alpha(i-i^*)$. Bajo el supuesto de PPA, la tasa de cambio, s , es igual a $(p-p^*)$, lo que implica que $s = (m-m^*) - (y-y^*) + \alpha(i-i^*)$. Suponiendo paridad descubierta de tasas de interés, llegamos a: $(i-i^*) = E[ds]/dt$ y $s = (m-m^*) - (y-y^*) + \alpha E[ds]/dt$ o $s = f + \alpha E[ds]/dt$. Una prima de riesgo se podría incluir y el resultado sería semejante.

ble. En caso de serlo $\frac{E_t(dc)}{dt}$ será igual a cero. La depreciación esperada de la paridad central es igual al producto de la probabilidad de una devaluación y su tamaño. De manera análoga a Werner(1995), se supone que en cada instante la probabilidad de una devaluación está dada por:

$$\frac{p}{w} |s - c| dt \quad (4)$$

donde w es el ancho de la banda cambiaria y p es un parámetro que relaciona cambios en la tasa de cambio con la probabilidad de un realineamiento de la paridad central. Werner (1995) supone que la probabilidad es una función similar a (4) pero no en términos de s , la tasa de cambio, sino en términos de f . Dado que los fundamentales no son observables, y que los agentes leen información inherente a ellos en la tasa de cambio y no en ellos directamente, este artículo supone que la probabilidad está guiada por la tasa de cambio, i.e. por la variable observable. La ecuación (4) establece que la probabilidad de un realineamiento es una función creciente de la posición de la tasa de cambio si la tasa de cambio está en la fracción superior de la banda ($s - c = x > 0$), y decreciente si la tasa de cambio está en la zona inferior ($s - c = x < 0$). Si los agentes perciben que el Banco Central no desea (o no puede) incurrir en los costos necesarios de defender la banda, y piensan que va a preferir mover la banda cuando el momento de defender sea inminente, formarán sus expectativas de acuerdo a ello y le

⁶ Si se omite este supuesto y se permite que el Banco Central intervenga dentro de la banda, los fundamentales dejarán de seguir un proceso Browniano y en cambio seguirán uno de Ornstein-Uhlenbeck (un proceso con revertimiento hacia la media). Esto hará que la solución al problema de determinación de la tasa de cambio esté en términos de funciones hipergeométricas. Una discusión se encuentra en Froot y Obstfeld (1991). Con el fin de mantener el análisis en el nivel más sencillo posible, se evita este tipo de comportamiento y se hace el supuesto de no-intervención dentro de las bandas.

asignarán un valor positivo a p . Es decir, aumentará la probabilidad de una devaluación de la paridad central al acercarse la tasa de cambio a la banda superior, y se generarán expectativas de revaluación en el caso opuesto⁷. Cuando la tasa llega a la banda, la probabilidad de realinear la paridad central alcanza su máximo.

La magnitud de la devaluación de la paridad central está dada por k si $x > 0$, y $-k$ si $x < 0$, es decir, si la tasa de cambio está en la zona superior de la banda se espera una devaluación de la paridad central, y si la tasa está en la inferior una revaluación. Por simplicidad k se supone constante.

Combinando las ecuaciones (1) - (4) se obtiene la siguiente expresión para la tasa de cambio al interior de las bandas:

$$x = \frac{w}{w - \alpha pk} \left(h + \alpha \frac{dx}{dt} \right) \quad (5)$$

Como en Krugman, el modelo se resuelve derivando $E[dx]/dt$, solucionando la ecuación diferencial resultante, e imponiendo condiciones marginales para identificar la solución única. Para hacerlo suponemos una solución de la forma $X(h)$ ⁸, al problema de determinación de la tasa de cambio. Utilizando la ecuación (5) e invocando el lema de Itô⁹ obtenemos:

$$dx = \frac{1}{2} X_{hh}(h) \sigma^2 dt + X_h(h) \sigma dW \quad (6)$$

donde $X_{hh}(h)$ es la segunda derivada de $X(h)$ con respecto a h . Tomando expectativas y combinando

el resultado con (5), se obtiene la siguiente ecuación diferencial de segundo orden:

$$X(h) = \frac{w}{w - \alpha pk} \left(h + \frac{\alpha}{2} X_{hh}(h) \sigma^2 \right) \quad (7)$$

La solución general de (7) está dada por:

$$X(h) = \frac{w}{w - \alpha pk} h + C_1 e^{\lambda h} + C_2 e^{-\lambda h} \quad (8)$$

donde C_1 y C_2 son constantes de integración, y

$$\lambda = \sqrt{\frac{2}{\alpha \sigma^2}} \cdot \sqrt{\frac{w - \alpha pk}{w}} \quad (9)$$

Si se supone que la banda es simétrica alrededor de la paridad central se cumple que $C_1 = -C_2 = C$, y (8) se convierte en:

$$X(h) = \frac{w}{w - \alpha pk} h + C(e^{\lambda h} - e^{-\lambda h}) \quad (10)$$

Para identificar una solución única se utiliza la siguiente condición de "smooth pasting"¹¹:

$$\frac{\partial X}{\partial h} \Big|_{h=\bar{h}} = \frac{w}{w - \alpha pk} + C \lambda (e^{\lambda \bar{h}} + e^{-\lambda \bar{h}}) = 0 \quad (11)$$

¹⁰ La condición de "smooth pasting" implica que en las bandas la tasa de cambio es completamente insensible a cambios en los fundamentales. La intuición detrás de esta es la siguiente. Dado que los fundamentales al interior de la banda siguen un proceso Browniano, el valor esperado de un cambio en ellos es igual a cero. Pero en las bandas el valor esperado de un cambio en los fundamentales es diferente de cero porque se espera que el Banco Central intervenga. En las bandas hay una discontinuidad en los fundamentales. Cuando estos llegan a la banda deben permanecer ahí o retornar al interior. En la banda superior el valor esperado de un cambio en los fundamentales es negativo, y positivo en la inferior. Si bien los fundamentales son discontinuos, la tasa de cambio no puede serlo, porque esto permitiría oportunidades de arbitraje. Si la condición de "smooth pasting" no se cumpliera, la discontinuidad en el valor esperado en el cambio de los fundamentales implicaría una discontinuidad en el cambio de la tasa de cambio, y por ende una discontinuidad en la tasa de cambio misma. La única manera de evitar esto, y de permitir que la tasa de cambio mantenga una solución continua dada la discontinuidad en los fundamentales, es haciendo que la tasa de cambio sea completamente insensible a ellos (u horizontal) en el punto de la discontinuidad.

⁷ Cukierman et al.(1993) desarrollan un modelo de economía política de bandas cambiarias bajo credibilidad imperfecta en esta dirección.

⁸ $X(h)$ se supone continua y doblemente diferenciable en h .

⁹ El lema de Itô dice que si $y = f(x)$ y x sigue un proceso Browniano de la forma $dx = \mu dt + \sigma dw$, entonces $dy = [f_x(x)\mu + (1/2)f_{xx}(x)\sigma^2]dt + f_x(x)\sigma dw$.

donde \bar{h} es el valor máximo que toman los fundamentales, es decir, el valor de h cuando $x = \bar{x}$, con \bar{x} el valor de la tasa de cambio en la banda superior.

Despejando para C en (11) y reemplazando el resultado en (10) obtenemos la solución particular del problema:

$$X(h) = \frac{w}{w - \alpha pk} \left[h - \frac{(e^{\lambda h} - e^{-\lambda h})}{\lambda(e^{\lambda \bar{h}} + e^{-\lambda \bar{h}})} \right] \quad (12)$$

Si hay perfecta credibilidad en la banda $p = 0$ y la solución es idéntica a la de Krugman (1991). Para identificar \bar{h} se utiliza la siguiente condición, que establece que para el máximo nivel de los fundamentales la tasa de cambio está tocando la banda:

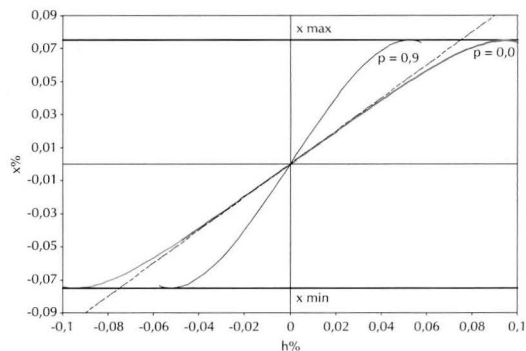
$$X(\bar{h}) = \frac{w}{w - \alpha pk} \left[\bar{h} - \frac{(e^{\lambda \bar{h}} - e^{-\lambda \bar{h}})}{\lambda(e^{\lambda \bar{h}} + e^{-\lambda \bar{h}})} \right] = \bar{x} \quad (13)$$

Es importante anotar que h no se puede resolver algebraicamente. Para hacerlo es necesario utilizar métodos numéricos.

El Gráfico 1 muestra la solución (12) para dos valores alternativos de p : $p = 0,9$ y el caso de perfecta credibilidad $p = 0,0^{11}$. La línea punteada tiene una pendiente de 45 grados y representa la solución del problema de determinación de la tasa de cambio cuando hay perfecta flotación. La implicación fundamental del Gráfico 1 es que cuando hay credibilidad imperfecta, dado que la solución yace sobre la recta de 45 grados, los efectos de estabilización inherentes a las bandas creíbles y documentados en Krugman (1991) se desvanecen.

El Gráfico 1 sugiere que la tasa de cambio tiende a acercarse más rápidamente a las bandas en el caso

Gráfico 1. TASA DE CAMBIO DENTRO DE LAS BANDAS



Fuente: Cálculos del autor.

de credibilidad imperfecta comparado con el de perfecta credibilidad. Esto sucede porque dada la manera como responden las expectativas, los choques a la tasa de cambio tienden a magnificarse. Para choques de igual magnitud, la tasa de cambio en el caso de imperfecta credibilidad fluctúa más. Por esta razón es que los valores de los fundamentales a los cuales la tasa de cambio es tangente a las bandas son menores en valor absoluto cuando hay credibilidad imperfecta.

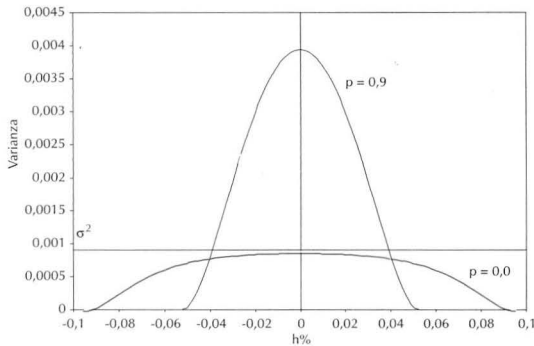
Para clarificar el porqué se pierden las propiedades estabilizadoras de la banda es conveniente analizar qué pasa con la volatilidad instantánea de la tasa de cambio bajo cada régimen. La volatilidad instantánea se define como:

$$\sigma_x^2 = (X_h(h)\sigma)^2 = \left[\frac{w\sigma}{w - \alpha pk} \left(1 - \frac{e^{\lambda h} + e^{-\lambda h}}{e^{\lambda \bar{h}} + e^{-\lambda \bar{h}}} \right) \right]^2 \quad (14)$$

El Gráfico 2 muestra la volatilidad bajo los mismos dos escenarios descritos anteriormente. La línea horizontal representa la volatilidad de la tasa de cambio en un régimen de tipo de cambio flexible. Cuando la banda es creíble la volatilidad de la tasa de cambio es inferior a la del régimen flexible a lo

¹¹ El resto de valores utilizados en el gráfico son $\alpha k = w = 0,075$. Al solucionar numéricamente (13) para $p = 0,9$ y $p = 0,0$, se obtienen valores para de 0,0524 y 0,0946 respectivamente.

Gráfico 2. VARIANZA DE LA TASA DE CAMBIO AL INTERIOR DE LAS BANDAS



Fuente: Cálculos del autor.

largo de toda la banda. Con credibilidad imperfecta, dado que los choques a los fundamentales tienden a magnificarse, la tasa de cambio se vuelve extremadamente volátil en el interior de la banda. Si la tasa de cambio está en el centro, por ejemplo, y es golpeada, tiende a alejarse aceleradamente de la paridad central en la dirección dictaminada por el choque.

La varianza instantánea es una medida de la volatilidad de la tasa de cambio que depende de la posición de los fundamentales dentro de su banda implícita, o alternativamente de la posición de la tasa de cambio dentro de la banda. Una medida de "largo plazo" independiente de la posición de los fundamentales es la varianza asintótica. Esta está dada por:

$$Var_{\infty}(X) = \left(\frac{w}{w - \rho\alpha k}\right)^2 Var_{\infty}(h) + \tag{15}$$

$$\left(\frac{w}{w - \rho\alpha k} \cdot \frac{1}{\lambda(e^{\lambda\bar{h}} + e^{-\lambda\bar{h}})}\right)^2 Var_{\infty}(e^{\lambda h} - e^{-\lambda h}) +$$

$$\left(2 \cdot \left(\frac{w}{w - \rho\alpha k}\right)^2 \cdot \frac{1}{\lambda(e^{\lambda\bar{h}} + e^{-\lambda\bar{h}})}\right) Cov_{\infty}(h, e^{\lambda h} - e^{-\lambda h})$$

donde $Var_{\infty}(\cdot)$ y $Cov_{\infty}(\cdot)$ son las varianzas y covarianzas asintóticas de los términos dentro del paréntesis. Dado que h sigue un movimiento Browniano sin deriva y tiene barreras reflexivas su distribución es uniforme en $(-h, h)$ ¹², por lo tanto los términos $Var_{\infty}(\cdot)$ y $Cov_{\infty}(\cdot)$ están dados por¹³:

$$Var_{\infty}(h) = \frac{1}{h} \int_0^{\bar{h}} h^2 dh = \frac{\bar{h}^2}{3} \tag{16}$$

$$Var_{\infty}(e^{\lambda h} - e^{-\lambda h}) = \tag{17}$$

$$\frac{1}{h} \int_0^{\bar{h}} (e^{\lambda h} - e^{-\lambda h})^2 dh = \frac{1}{2h\lambda} (e^{2\lambda\bar{h}} - e^{-2\lambda\bar{h}} - 4\lambda\bar{h})$$

$$Cov_{\infty}(h, e^{\lambda h} - e^{-\lambda h}) = \tag{18}$$

$$\frac{1}{h} \int_0^{\bar{h}} (he^{\lambda h} - he^{-\lambda h}) dh$$

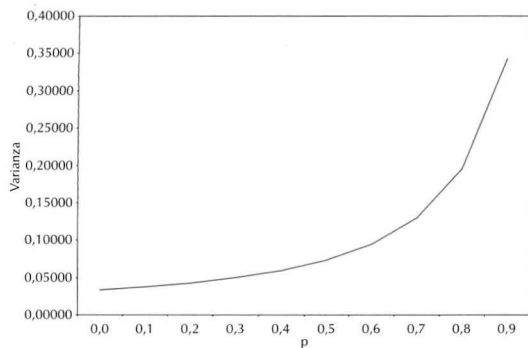
$$= \frac{1}{h} \left(\frac{\bar{h}}{\lambda} (e^{\lambda\bar{h}} + e^{-\lambda\bar{h}}) + \frac{1}{\lambda^2} (e^{-\lambda\bar{h}} - e^{\lambda\bar{h}}) \right)$$

Reemplazando (16)-(18) en (15) se obtiene la varianza asintótica de la tasa de cambio. A pesar de ser un término agradable de leer no se reproduce aquí, en cambio, en el Gráfico 3, se presenta una simulación de (15) para diferentes valores de p y los mismos valores de los otros parámetros utilizados en los gráficos anteriores. Una banda no creíble se caracteriza por una volatilidad mayor de la tasa de cambio. A menor credibilidad mayor volatilidad de la tasa de cambio. De nuevo la explicación tiene que ver con la formación de las expectativas de devaluación de la tasa de cambio. En la banda con credibilidad im-

¹² La función de densidad asintótica de h está dada por: $\varphi(h) = \frac{1}{2\bar{h}}$, dado que la banda es simétrica, es decir que $-\bar{h} = \bar{h}$.

¹³ Ver Harrison (1985) para una discusión al respecto.

Gráfico 3. VARIANZA ASINTÓTICA DE LA TASA DE CAMBIO



Fuente: Cálculos del autor.

perfecta las expectativas tienden a fluctuar de manera acelerada fundamentalmente por el efecto que en ellas induce el hecho de que la probabilidad de una devaluación de la paridad central crece con cualquier movimiento de la tasa de cambio en dirección contraria de la paridad central. El movimiento en las expectativas, de acuerdo a la ecuación 1, condiciona el comportamiento de la tasa de cambio.

Una diferencia fundamental entre uno y otro caso es el comportamiento del diferencial de tasas de interés. Dados los supuestos del modelo, el diferencial es igual a las expectativas de depreciación del tipo de cambio. Partiendo de (1), el diferencial se puede definir como:

$$i - i^* = \frac{Eds}{dt} = \frac{x - h}{\alpha} \quad (19)$$

Reemplazando la solución de x en (19) se obtiene:

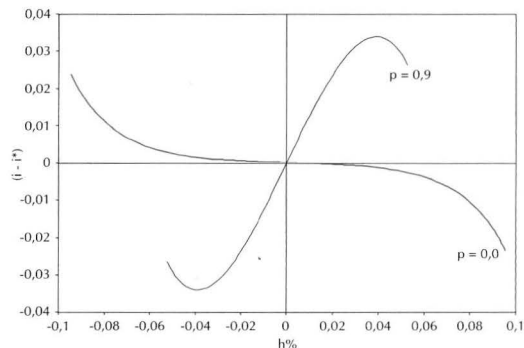
$$i - i^* = \frac{1}{\alpha} \left[\frac{\rho\alpha k}{w - \rho\alpha k} h - \frac{w}{w - \rho\alpha k} \left(\frac{e^{\lambda h} - e^{-\lambda h}}{\lambda(e^{\lambda h} + e^{-\lambda h})} \right) \right] \quad (20)$$

En el Gráfico 4 se muestra el diferencial de tasas de interés para los mismos valores de p . El modelo bá-

sico de bandas cambiarias está caracterizado por una relación inversa entre tipo de cambio y tasas de interés. Esto es, bajo perfecta credibilidad hay expectativas de futura apreciación de la tasa de cambio cuando ésta se acerca a la banda superior, y expectativas de depreciación cuando la tasa de cambio se acerca al límite inferior. Esto sucede porque los agentes esperan que el banco central va a intervenir, vendiendo o comprando reservas cuando la tasa toque alguna banda con el fin de mantenerla dentro de ella. La sola expectativa de que el Banco Central va a cumplir el compromiso de defender la banda, genera este comportamiento. Las expectativas a su turno, se trasladan gradualmente a la tasa de cambio, haciendo que eventualmente retorne al centro de la banda. Mientras más cerca esté la tasa de cambio a la banda superior, mayores serán las expectativas de apreciación. Lo contrario sucede cuando la tasa de cambio está en la zona inferior. De esta manera se determina una relación decreciente y no lineal entre expectativas de depreciación y la tasa de cambio.

Cuando la banda no es creíble la relación es la opuesta. Los agentes le asignan una probabilidad al hecho de que el banco central posiblemente no va a cumplir su cometido y eventualmente irán a reali-

Gráfico 4. DIFERENCIAL DE TASAS DE INTERÉS



Fuente: Cálculos del autor.

near la paridad central de la banda. Mientras más se acerque la tasa de cambio a la banda, mayor será la probabilidad de una devaluación. Este hecho se refleja en el diferencial; una mayor probabilidad de realineamiento se traduce en un diferencial mayor.

Dado que los fundamentales siguen un proceso Browniano, es posible mostrar¹⁴ que el diferencial de tasas de interés, δ , sigue también un proceso de Itô de la forma:

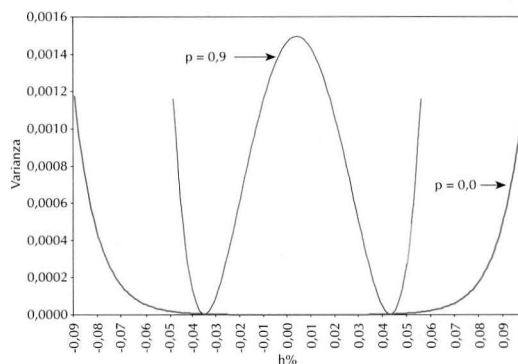
$$d\delta = \mu^\delta(h)dt + \sigma^\delta(h)dW + \delta_h(\bar{h})dL - \delta_h(\bar{h})dU \quad (21)$$

donde los dos últimos términos incorporan los efectos de los reguladores que operan en los bordes de las bandas. Los términos μ^δ y σ^δ se pueden obtener aplicando el lema de Itô sobre (21). Haciendo esto se obtiene la varianza instantánea, la cual está dada por,

$$(\sigma^\delta(h))^2 = (\delta_h(h)\sigma)^2 \quad (22)$$

En el Gráfico 5 se muestra la varianza instantánea del diferencial de tasas de interés para los mismos dos escenarios de credibilidad discutidos anteriormente. La varianza instantánea depende fundamentalmente de la primera derivada de (20) con respecto a los fundamentales. De ahí el comportamiento observado en el Gráfico 5. Lo interesante a notar es que bajo perfecta credibilidad la volatilidad de las tasas de interés es baja en casi toda la banda y solo aumenta cuando la tasa de cambio llega a los límites de la banda. Cuando hay credibilidad imperfecta la tasa de interés no solo es volátil en los extremos sino también en el centro de la banda. Esto se debe a que los movimientos de la tasa de cambio en el modelo con credibilidad imperfecta, por pequeños

Gráfico 5. VOLATILIDAD INSTANTÁNEA DEL DIFERENCIAL DE TASAS DE INTERÉS



Fuente: Cálculos del autor.

que sean, generan expectativas de depreciación significativas, sobre todo cuando la tasa de cambio está cerca del centro de la banda y es apartada de él por algún choque estocástico.

La varianza asintótica del diferencial está dada por:

$$\text{Var}_\infty(\delta) = \left(\frac{1}{\alpha} \cdot \frac{\rho\alpha k}{w - \rho\alpha k} \right)^2 \text{Var}_\infty(h) + \quad (23)$$

$$\left(\frac{1}{\alpha} \cdot \frac{w}{w - \rho\alpha k} \cdot \frac{1}{\lambda(e^{\lambda\bar{h}} + e^{-\lambda\bar{h}})} \right)^2 \text{Var}_\infty(e^{\lambda h} - e^{-\lambda h}) +$$

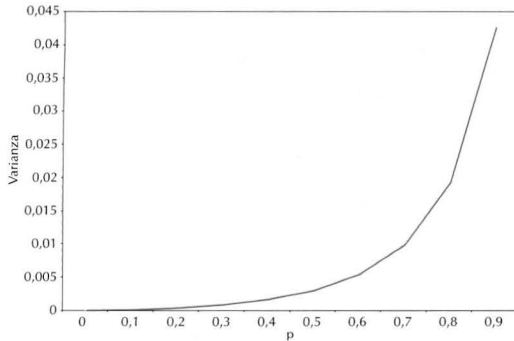
$$\left(\frac{2}{\alpha} \cdot \frac{\rho k}{w - \rho\alpha k} \cdot \frac{w}{w - \rho\alpha k} \cdot \frac{1}{\lambda(e^{\lambda\bar{h}} + e^{-\lambda\bar{h}})} \right) \text{Cov}_\infty(h, e^{\lambda h} - e^{-\lambda h})$$

Reemplazando (16)-(18) en (23) se obtiene esta medida de volatilidad del diferencial de tasas de interés, la cual se muestra en el Gráfico 6. En la banda con credibilidad imperfecta las expectativas tienden a fluctuar de manera acelerada.

Es importante notar que tanto en el modelo con credibilidad imperfecta como en el de credibilidad perfecta, la tasa de cambio tiende a concentrarse en los alrededores de las bandas. Es decir, en ambos modelos la distribución probabilística de la tasa de

¹⁴ Ver Svensson(1991) para mayores detalles.

Gráfico 6. VARIANZA ASINTÓTICA DEL DIFERENCIAL DE TASAS DE INTERÉS



Fuente: Cálculos del autor.

cambio tiene forma de U. La diferencia es que en el modelo con credibilidad imperfecta la concentración de masa en los extremos es mayor que aquella en el modelo básico.

En cualquiera de los modelos, dado que los fundamentales siguen un proceso Browniano, la densidad incondicional de los fundamentales está dada por¹⁵:

$$\phi^h(h) = \frac{1}{2h} \quad (24)$$

Utilizando la regla del cambio de variables se encuentra que la densidad incondicional de la tasa de cambio al interior de las bandas tiene la siguiente forma:

$$\phi^x(x) = \frac{\phi^h(x^{-1}(x))}{|x_h(x^{-1}(x))|} \quad (25)$$

donde $x^{-1}(x)$ es la inversa de (12). Dado que $x^{-1}(x)$ se encuentra definida implícitamente, es necesario

¹⁵ Ver Harrison(1985) y Svensson(1991) para una discusión. La ecuación (25) muestra la densidad incondicional para el caso en que no hay deriva en el proceso fundamental y las bandas son simétricas.

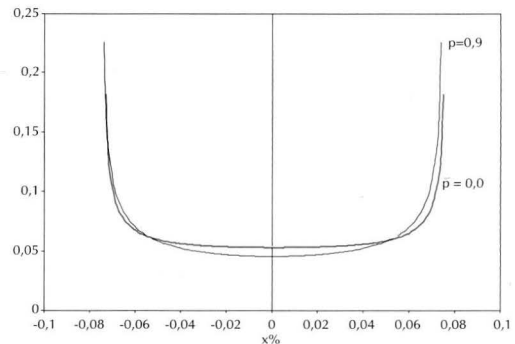
utilizar métodos numéricos para calcular $\phi^x(x)$. En el Gráfico 7 se muestran dos funciones de densidad incondicional para los mismos valores de p discutidos anteriormente. La similitud de las distribuciones salta a la vista. Este hecho resalta lo aventurado que puede ser intentar diferenciar modelos basándose exclusivamente en el análisis de distribuciones empíricas de la tasa de cambio dentro de las bandas.

En la siguiente sección se evalúa, a partir del esquema desarrollado arriba, la credibilidad de la banda Colombiana.

III. MÉTODOS EMPÍRICOS

Una manera directa de verificar si los datos colombianos son descritos adecuadamente por un modelo similar al presentado en la sección anterior, es realizando alguna estimación que permita capturar elementos esenciales del modelo de credibilidad imperfecta. En particular los Gráficos 4 y 5 muestran facetas del modelo con credibilidad imperfecta que son empíricamente verificables. Por una parte el Gráfico 4 muestra que cuando hay credibilidad imperfecta la correlación entre el diferencial de tasas de interés y la posición de la tasa de cambio dentro

Gráfico 7. DENSIDAD INCONDICIONAL DE LA TASA DE CAMBIO AL INTERIOR DE LAS BANDAS



Fuente: Cálculos del autor.

de la banda es positiva, en contraste con un modelo de credibilidad perfecta en el cual es negativa. El Gráfico 5 por su parte sugiere que la volatilidad del diferencial de tasas de interés en una banda con credibilidad imperfecta sigue un comportamiento particular, bastante diferente en su forma, de aquel en una banda que goza de credibilidad perfecta. En el modelo con credibilidad imperfecta, la volatilidad del diferencial es sustancialmente más alta en casi toda la banda, en especial en el centro. Un método empírico que permita contrastar estas dos características de manera simultánea, por lo tanto, permite verificar el estado de credibilidad de la banda cambiaria.

Dado que el modelo sugiere que en cualquier caso el diferencial de tasas de interés es heteroscedástico, la estimación de un modelo tipo GARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity) para realizar inferencias sobre la credibilidad de la banda, es adecuada. Lo importante a notar es que el patrón de heteroscedasticidad cambia, al cambiar la credibilidad en las autoridades. Si la banda es creíble la volatilidad del diferencial tiene forma de U con relación a la posición de la tasa de cambio dentro de la banda (Gráfico 5). Si hay credibilidad imperfecta la forma de la heteroscedasticidad cambia y adopta una forma de W con respecto a la posición de la tasa de cambio dentro de la banda. Bajo credibilidad imperfecta la incertidumbre generada por fluctuaciones de la tasa de cambio hace que el diferencial se vuelva muy volátil en especial en el centro de la banda, donde cualquier choque que le proporcione alguna dinámica, es magnificado. Una manera de estimar esto es modificando una especificación tipo GARCH de los errores de un modelo econométrico e incluir explícitamente en la especificación de la varianza residual una forma funcional estimable que incorpore algún elemento que permita diferenciar entre

uno u otro modelo. Formalmente se sugiere la estimación de un modelo de la forma:

$$i_t - i_t^* = \delta_t = \gamma_0 + \sum_j \gamma_j x_{t-j} + \sum_i \rho_i \delta_{t-i} + \varepsilon \quad (26)$$

donde

$$\varepsilon_t = v_t \sqrt{g_t} \quad (27)$$

y

$$g_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^q \beta_i g_{t-i} + f(x_{t-1}) \quad (28)$$

Los primeros términos de la varianza condicional, g , son aquellos típicos en una especificación GARCH tipo Bollerslev(1986). El término $f(x)$ es la modificación que se propone en este artículo para la verificación empírica del modelo con credibilidad imperfecta. Esta función $f(x)$ debe ser tal, que bajo la hipótesis nula replique el patrón de heteroscedasticidad de un modelo creíble (la U) y bajo la alterna replique aquel de un modelo con credibilidad imperfecta (la W). Una forma funcional que tendría esta característica es la siguiente:

$$f(x) = a \left| bx^2 - c \right| \quad (29)$$

Si $c = 0$, $f(x)$ toma forma de U. Si $c > 0$, $f(x)$ adopta la forma de la heteroscedasticidad en el modelo imperfectamente creíble. Bajo la hipótesis nula el modelo es creíble. Dado que x es exógena, la inclusión de este término en la varianza condicional, no tiene ningún efecto sobre la distribución de los residuales y la inferencia sobre los parámetros se puede realizar siguiendo métodos estándar.

La especificación propuesta permite también verificar el signo de la correlación entre el diferencial de tasas de interés y la posición de la tasa de cambio al interior de la banda. Si la suma de los γ_j es negativa,

la relación entre el diferencial y la posición de la tasa de cambio al interior de las bandas es inversa y la evidencia favorecería la hipótesis de credibilidad. Si es positiva, se encontraría evidencia de lo contrario.

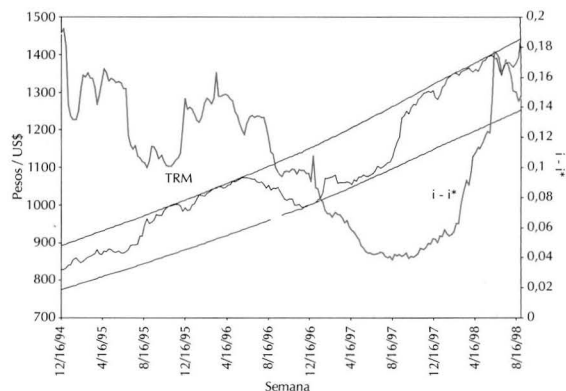
Resumiendo. Hay dos características centrales de los modelos con credibilidad imperfecta que se pueden evaluar empíricamente. Una de ellas tiene que ver con el patrón de heterosedasticidad que sigue el diferencial de tasas de interés cuando el modelo no es perfectamente creíble. La otra es acerca de la relación entre el diferencial de tasas de interés y la posición de la tasa de cambio dentro de la banda. En este trabajo se propone un método que permite verificar estas dos características de manera simultánea. Los resultados para esta estimación se presentan en la siguiente sección.

IV. RESULTADOS

En esta sección se estima el modelo econométrico descrito en la sección anterior utilizando datos para la banda cambiaria que operó en Colombia¹⁶ desde Diciembre de 1994 hasta Septiembre de 1998¹⁷. El Gráfico 8 muestra la tasa de cambio, las bandas y el diferencial de tasas de interés para el período en cuestión.

Para efectos empíricos lo primero que tenemos que verificar es que en efecto el diferencial de tasas de

Gráfico 8. TASA DE CAMBIO, BANDAS Y DIFERENCIAL DE TASAS DE INTERÉS



Fuente: Los datos cambiarios y de tasa de interés interna Banco de la República, y tasa de interés externa de la Reserva de San Luis.

interés siga algún patrón de heterosedasticidad condicional autoregresiva. Para comprobar esto se efectúan pruebas de heterosedasticidad del tipo documentado en Engle (1982) sobre una especificación adecuada de la ecuación de la media (26). Como especificación adecuada de dicha ecuación se encontró la siguiente:

$$\Delta\delta_t = \gamma_0 + \gamma_1\Delta x_{t-1} + \rho\Delta\delta_{t-1} + \varepsilon \quad (30)$$

El modelo se estima en primeras diferencias dado que, como se muestra en el anexo, las variables son integradas de orden 1. Bajo esta especificación se obtienen coeficientes estadísticamente significativos y se rechaza la hipótesis de autocorrelación residual. Las pruebas de heterosedasticidad condicional se presentan en el Cuadro 1.

Los resultados de esta prueba sugieren que hay efectos ARCH hasta de orden 6. Dado esto, una estimación GARCH(1,1) es adecuada ya que permite incorporar estos efectos minimizando el número de parámetros a estimar.

¹⁶ El régimen de Bandas cambiarias fue formalmente adoptado en Colombia en Enero de 1994. La amplitud de la banda fue fijada en +/- 7% desde la paridad central y se permitió una depreciación anual de dicha paridad. La banda ha sido realineada dos veces. Una en Diciembre de 1994 cuando se revaluó en 7% y la otra en Septiembre de 1998 cuando se devaluó en 9%. Detalles sobre el manejo de la banda se pueden encontrar en Carrasquilla(1995) y Urrutia(1995).

¹⁷ Es decir el período entre realineamientos.

Cuadro 1. PRUEBAS DE HETEROSEDASTICIDAD CONDICIONAL AUTOAGRESIVA

| Rezago | Estadístico χ^2 | P-Value | Resultado |
|--------|----------------------|---------|---------------|
| 1 | 11,94 | 0,00 | Rechaza Ho |
| 2 | 11,89 | 0,00 | Rechaza Ho |
| 3 | 12,02 | 0,01 | Rechaza Ho |
| 4 | 11,98 | 0,02 | Rechaza Ho |
| 5 | 12,02 | 0,03 | Rechaza Ho |
| 6 | 12,59 | 0,05 | Rechaza Ho |
| 7 | 10,33 | 0,17 | No Rechaza Ho |
| 8 | 10,82 | 0,21 | No Rechaza Ho |

Ho: No hay efectos ARCH.
Fuente: Cálculos del autor.

La estimación de (26)-(29) utilizando métodos de máxima verosimilitud arroja los resultados presentados en el Cuadro 2.

Los resultados de la estimación rechazan la hipótesis de perfecta credibilidad en la banda cambiaria para el período en cuestión. Dos factores motivan esta conclusión. Primero, γ_1 , el parámetro que relaciona

Cuadro 2. RESULTADOS DE LA ESTIMACIÓN

| Parámetro | Estimación | Error estándar | Significancia % |
|--------------------------------------|------------|----------------|------------------|
| γ_0 E-04 | -3,40 | 4,21 | No Significativo |
| γ_1 | 0,29 | 0,09 | 1 |
| ρ E-01 | 0,65 | 0,40 | 10 |
| α_0 E-06 | 4,53 | 2,87 | No Significativo |
| γ_1 | 0,43 | 0,06 | 1 |
| β | 0,15 | 0,09 | 10 |
| a | 0,10 | 0,02 | 1 |
| b | 0,11 | 0,01 | 1 |
| c E-04 | 3,32 | 0,21 | 1 |
| Observaciones | | | 194 |
| Valor de la función de verosimilitud | | | 899,37 |
| P-Value Lung Box(4) | | | 0,12 |
| P-Value Lung Box(8) | | | 0,42 |
| P-Value Lung Box(12) | | | 0,40 |
| P-Value Lung Box(48) | | | 0,74 |

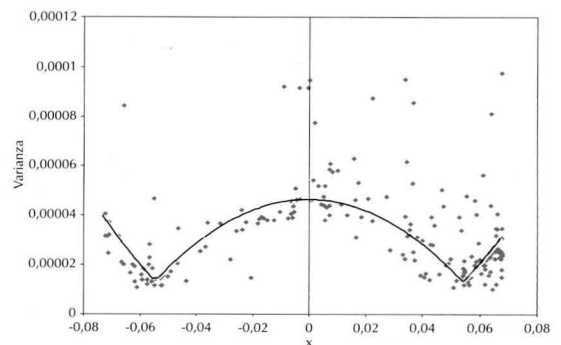
Fuente: Cálculos del autor.

el diferencial de tasas de interés con la posición de la tasa de cambio dentro de la banda es positivo. Esto es, al acercarse la tasa de cambio a la banda superior (inferior), en lugar de generarse expectativas de futura apreciación (depreciación) motivadas por la sospecha de que el banco central va a defender la banda, se generan expectativas de una depreciación (apreciación) adicional del tipo de cambio, es decir se anticipa que el banco central va a realinear la banda.

El segundo argumento en contra de la hipótesis nula de credibilidad, y probablemente el que sustenta que un modelo como el descrito anteriormente es relevante para el caso colombiano, tiene que ver con el comportamiento de la varianza del diferencial de tasas de interés. Bajo la hipótesis nula de credibilidad perfecta el parámetro c es igual a cero. Los resultados de esta estimación sugieren que el parámetro en cuestión es significativamente diferente de cero. Es decir, se rechaza la hipótesis nula. En el Gráfico 9 se muestra la estimación de la varianza, y en particular se simula la función $f(x)$ estimada para el caso colombiano.

Claramente la varianza sigue el patrón descrito por el modelo de credibilidad imperfecta ilustrado en el Gráfico 5. Al interior de la banda el diferencial

Gráfico 9. VARIANZA CONDICIONAL DEL DIFERENCIAL DE TASAS DE INTERES



Fuente: Cálculos del autor.

de tasas de interés es altamente volátil, y mucho más de lo que sería en un modelo con credibilidad perfecta.

V. CONCLUSIONES

En este artículo se desarrolla un modelo de determinación del tipo de cambio dentro de bandas con credibilidad imperfecta, en el cual las expectativas de depreciación de la banda cambiaria son función de la posición de la tasa de cambio al interior de la banda. El modelo tiene implicaciones relevantes con respecto a la determinación del diferencial de tasas de interés y su relación con la tasa de cambio, y con respecto también al patrón de volatilidad que sigue el diferencial de tasas de interés.

La evidencia econométrica aquí presentada, sugiere que el modelo con credibilidad imperfecta explica adecuadamente el comportamiento de la tasa de cambio y el diferencial de tasas de interés en Colombia durante el período Diciembre 1994 - Septiembre 1998. Las consecuencias de esta caracterización, son una tasa de cambio y un diferencial de tasas de interés altamente volátiles, así como también valores inusualmente altos de la tasa de interés cuando la tasa de cambio se acerca al borde superior de la banda.

Este tipo de resultados motivan la reflexión sobre el tema cambiario en Colombia. La evidencia empírica respalda la hipótesis de que en Colombia la tasa de cambio puede ser explicada a la luz de un modelo

con credibilidad imperfecta durante un período que comprende más de dos terceras partes del tiempo que ha durado este régimen. En el modelo, sin embargo, a pesar de ser endógenas las expectativas de devaluación al comportamiento de la tasa de cambio, el parámetro p , aquel que describe el grado de credibilidad de la banda, es definido exógenamente. El parámetro en cuestión, a pesar de poder incrementarse en períodos de turbulencias externas, mide en últimas qué tanto confían los agentes en la capacidad y en el compromiso que tienen las autoridades para la defensa de la banda. En otras palabras los efectos adversos sobre las variables analizadas no son consecuencia del modelo de bandas cambiarias en sí mismo, sino de la percepción que los agentes se forman sobre las autoridades que lo administran. De aquí las propuestas de trasladar el manejo cambiario a autoridades externas mediante una canasta de conversión al estilo de Argentina o una dolarización.

Dados los resultados de este trabajo, se puede inferir que en Colombia los agentes dudaron de la capacidad del Banco Central de defender la banda durante el período analizado. En términos del modelo, se infiere que p fue significativamente alto. El propósito de este artículo no es explicar este hecho, sino exclusivamente documentarlo, y fundamentalmente aportar elementos de juicio acerca del análisis de la credibilidad de la banda cambiaria en Colombia que trasciendan la contemplación de una forma específica de la distribución probabilística de la tasa de cambio.

BIBLIOGRAFIA

- Bertola, G. y R. Caballero (1992), "Target Zones and Realignments". *American Economic Review*. 82: 520-535.
- Bertola, G. y L. Svensson (1993), "Stochastic devaluation risk and the empirical fit of target zone models". *Review of Economic Studies*, 60:689-712.
- Bollerslev, T. (1986), "A Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity". *Journal of Econometrics*, 31:307-327.
- Carrasquilla, A. (1995), "Exchange rate bands and shifts in the stabilization policy regime: Issues suggested by the experience of Colombia". *International Monetary Fund* (WP/95/22).
- Cukierman, A., M.Kiguel. y L.Leiderman (1993), "The choice of exchange rate bands: Balancing credibility and flexibility". *The Sackler Institute of Economic Studies*, (WP No.1-93).
- Engle, R. (1982), "Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of UK Inflation" *Econometrica*, 50:987-1008, 1982.
- Flood,R., A. Rose, y D.Mathieson (1991), "An empirical exploration of exchange rate target zones". *Carnegie-Rochester Series on Public Policy*, 35:7-65.
- Froot,,K.A. y M.Obstfeld (1991), "Stochastic Process Switching: Some simple solutions". *Econometrica*. 59:241-250.
- Galindo, A. (1998), Estimating Credibility in Colombia's Exchange Rate Target Zone". *University of Illinois at Urbana-Champaign*. Mimeo. 1998.
- Harrison,M. (1985), *Brownian Motion and Stochastic Flow Systems*. Wiley:NewYork.
- Lindberg,H. y P.Soderlind (1994), "Intervention policy and mean reversion in exchange rate target zones: the Swedish case".*Scandinavian Journal of Economics*, 96:499-513.
- Krugman,P. (1991), "Target zones and exchange rate dynamics". *Quarterly Journal of Economics*. 56(3):669-682.
- Rose, A. y L. Svensson (1995), "Expected and predicted realignments: The ff/dm exchange rate during the EMS". *Scandinavian Journal of Economics*. 97(2):173-200.
- Urrutia, M. (1995), "El sistema de bandas cambiarias en Colombia". *Revista del Banco de La Republica de Colombia*, (807), Enero.
- Werner, A. (1995), "Exchange Rate Target Zones, realignments and the interest rate differential: Theory and Evidence". *Journal of International Economics*. 39:353-367.

Anexo 1. PRUEBAS DE RAÍZ UNITARIA

| Variable | Componente determinístico | Estadístico DF | Valor crítico | Rezagos | P-Value Lj-Box ecuación auxiliar |
|----------------|---------------------------|----------------|---------------|---------|----------------------------------|
| δ | Constante | -1,89 | -2,88 | 0 | 0,33 |
| $\Delta\delta$ | Constante | -11,01 | -2,88 | 0 | 0,86 |
| x | Constante | -1,12 | -2,88 | 0 | 0,88 |
| Δx | Constante | -11,51 | -2,88 | 0 | 0,98 |

Fuente: Cálculos del autor.