

Efectos de costo de búsqueda en el comportamiento de empresas de transporte de carga por carretera¹

Germán Botero Arboleda

En países en vía de desarrollo las redes de comunicación urbanas e interurbanas son bastante imperfectas. Esto hace costosa la consecución de información acerca de las condiciones de los mercados. El modelo a continuación toma el caso de los transportadores —propietarios operadores— de carga por carretera y describe su comportamiento en el caso en que se vean en la necesidad de buscar los demandantes de su servicio. Suponiendo que los costos de búsqueda son altos (debido a la deficiente red de comunicaciones), se demuestra que los factores de carga están inversamente relacionados con estos costos. Adicionalmente, se ilustran los efectos de mejoras en la infraestructura vial y de comunicaciones, y se determinan las variables que afectan el tamaño óptimo de los vehículos.

El trabajo se divide en dos partes. La primera, complementada por dos apéndices, desarrolla el modelo y demuestra sus propiedades. El Apéndice A desarrolla matemáticamente las propiedades económicas

del modelo y el Apéndice B las demuestra matemáticamente. La segunda parte, ilustra algunas de las conclusiones que se derivan del modelo, introduce resultados obtenidos con experimentos de Monte Carlo, y concluye el trabajo con una corta presentación de posibles extensiones.

I. EL MODELO

Los servicios de transporte están constituidos por un conjunto de actividades desarrolladas por las empresas transportadoras: se movilizan distintos tipos de bienes entre lugares diferentes y con diversos horarios; el cuidado con que se realizan las labores de cargue y descargue varía; las estrategias comerciales no son iguales para todas las empresas; etc. Estos factores determinan las funciones de ingresos y de costos de las empresas ya que afectan tanto la demanda como los insumos requeridos para efectuar el servicio. Este modelo caracteriza el vector de actividades de una empresa con tres elementos: búsqueda, consolidación y acarreo.

Búsqueda es la actividad destinada a conseguir demanda. Se supone que toma la forma de *entrevistas* y que el resultado de

¹ El presente trabajo es un resumen de algunos aspectos del Capítulo Tres de mi tesis doctoral. Una versión preliminar fue presentada en la V Reunión Regional Latinoamericana de la Sociedad Econométrica.

una entrevista es una variable aleatoria cuyo valor es uno (1) si la entrevista tiene éxito —se consigue una unidad de carga— y cero (0) de otra manera². Cada empresa realiza n entrevistas en cada *intento de búsqueda*: por lo tanto, la variable e definida como el número de unidades de carga encontradas durante un intento de búsqueda, es igual a la suma de los resultados de las n entrevistas³.

La actividad de consolidación ocurre simultáneamente con la de búsqueda y consiste en recoger, al finalizar cada intento de búsqueda, las unidades de carga encontradas.

Finalmente, el acarreo, a lo largo de una distancia r , consiste en llevar toda la carga consolidada a su lugar de destino. Con el objeto de simplificar el análisis, se supone que existe un único destino.

1.1 Estructura de producción

La estructura de producción se considera aditiva-separable⁴ en las tres actividades mencionadas arriba. Los precios relativos de los insumos variables se suponen constantes, por lo cual estos insumos se excluyen del análisis⁵. El conjunto de insumos

fijos o exógenos está constituido por la infraestructura carretera (insumo de las actividades de consolidación y acarreo) y la infraestructura de comunicaciones (insumo de la actividad de búsqueda). El de los insumos cuasi-fijos, constantes en el corto plazo y variables en el largo plazo, está constituido por la capacidad del vehículo y la *información disponible*. Por *información disponible* se entiende un factor de producción intangible ("know-how") que abstrae el conocimiento que el operador del vehículo posee acerca de la ubicación de los demandantes. Su magnitud afecta positivamente el valor de la probabilidad de éxito l de una entrevista.

1.2 Estructura de costos

Como la función de producción es aditiva-separable en las tres actividades, la función de costos también lo es⁶. Por lo tanto definiendo Qb como la capacidad del vehículo y Ca como los costos de acarreo por unidad de distancia-capacidad⁷, se tiene que los costos de acarreo por unidad de distancia son iguales a $Ca.Qb$.

$F(\dots)$ es creciente en todos sus argumentos, C es la función de costos de un sistema de producción homotético (la pendiente de las isocuantas no depende del nivel de producción sino únicamente de los precios relativos). Por lo tanto, si $F(\dots)$ es separable-aditiva con respecto a una partición R y si los precios relativos son constantes, esa función de costos puede escribirse $C=c \cdot [F_I(\dots)+\dots+F_R(\dots)]$.

6 Ver E.R., Berndt y L.R. Christensen, "The Internal Structure of Functional Relationships: Separability, Substitution, and Aggregation", en *Review of Economic Studies*, Enero 1973.

7 De acuerdo con la nota de pie de página 5, $Ca = c \cdot F_M(X_M)/(Qb \cdot r)$, donde $Qb \cdot r$ es un elemento de X_M (r es la distancia de acarreo). Si se supone que dado Qb , existen ingresos constantes de escala, $F_M(X_M) / (Qb \cdot r)$ es constante; esta constante depende de la calidad de la infraestructura vial. A mejor calidad, menor su valor.

2 Una variable aleatoria que toma dos valores, el primero con probabilidad l y el segundo con probabilidad $1 - l$, representa un proceso de Bernouilli de parámetro l .

3 Una variable aleatoria binomial de parámetros (n, l) es la suma de n variables Bernouilli —idénticamente distribuidas y estocásticamente independientes.

4 Una función $Y = F(X_1, \dots, X_n)$ es aditiva-separable con respecto a una partición R si el conjunto (X_1, \dots, X_n) se puede dividir en R subconjuntos mutuamente excluyentes tal que $Y = F_I(X_I) + \dots + F_R(X_R)$ donde $X_I \cup \dots \cup X_R = (X_1, \dots, X_n)$.

5 Si se tiene $C = F(X_1, \dots, X_n) \cdot G(W_1, \dots, W_K)$ donde $G(\dots)$ es una función cóncava en (W) y

Efectos de Costos de búsqueda en el Comportamiento de Empresas de Transporte de Carga
por Carretera

FE DE ERRATAS

DICE	DEBE DECIR
TITULO	
- Efectos de costo	Efectos de los costos
- Pg. 129 , numeral 2.2 ...entre mayor sea 1 y menor sea $C_a/(P-C_c)$...entre mayor sea ℓ y menor sea $C_a/(P-C_c)$
- Pg. 129 , numeral 2.2 ...con la información disponible 1 y con el precio...	...con la información disponible ℓ y con el precio...
- Pg. 129 penúltimo renglón (...pero $d^2P/d^2r < 0$)	(... pero $d^2P/dr^2 < 0$)
- Pg. 130 2a. columna, 3a. línea ... en la información disponible 1, sino...	...en la información disponible ℓ , sino...
- Pg. 132 1a. columna, 8a. línea de abajo hacia arriba. ... para i^* tal que,,,	... para Q^* tal que...
- Pg. 132, 1a. columna, 3a. línea de abajo para arriba ..., menor es Q^{**}	..., menor es Q^*
- Pg. 133, fin primer párrafo $Y = \sum_i i \cdot n_i$	$Y = \sum_i i \cdot n_i$

Con respecto a los costos de consolidación, se define Cc como el costo por unidad de carga de las operaciones de cargue y descargue⁸. Además se supone que los sitios donde la empresa realiza operaciones de búsqueda están separados por distancias unitarias por lo cual el costo de acarreo al realizar un intento de búsqueda es igual a Ca .

El costo de cada intento de búsqueda es igual a Cb^9 y por último, se supone que cada intento de búsqueda impone *costos de inconveniencias* a la carga ya consolidada. Es decir, que si ya se han consolidado Qf unidades de carga a lo largo de $X - 1$ intentos de búsqueda, los costos de inconveniencias son iguales a

$$(C1_i + C2_i \cdot X) \cdot Qf^{10}$$

El término entre paréntesis caracteriza estos costos como crecientes con las demoras que nuevos intentos de búsqueda imponen a Qf .

8 Ibid. La constante depende en este caso del equipo utilizado en las labores de consolidación.

9 Ibid. La constante depende en este caso del tipo de infraestructura de comunicaciones disponible. Por ejemplo, entre mejor sea el servicio telefónico, menor el valor de la constante.

10 Esta es una aproximación ad-hoc a estos costos. Estrictamente, dado (X, Qf) los costos de inconveniencias de un intento de búsqueda adicional dependen no de (X, Qf) , sino de $(x, q)_i$ donde $\sum q_i = Qf$ y x_i es la identificación del intento de búsqueda donde fueron encontradas las q_i unidades ($x_i = 1$ es el intento de búsqueda inmediatamente anterior, $x_k = X - 1$ es el primer intento de búsqueda). Matemáticamente, estos costos son iguales a $C1_i + C2_i \cdot q_i \cdot x_i$. Esta definición, sin embargo, implica complejidades matemáticas adicionales ya que dado (X, Qf) , $(x, q)_i$ no es determinístico. Como lo único que se busca es una relación no decreciente entre los costos de consolidación, y la carga consolidada Qf y la intensidad de búsqueda X , la aproximación es considerada apropiada.

1.3 Estructura de ingresos

La aleatoriedad del resultado de un intento de búsqueda implica que los ingresos son también aleatorios. Llamando P el precio por unidad de carga, los ingresos son iguales a

$$P \cdot \min(e, Qb - Qf)$$

donde el segundo término $-\min(\dots)$ denota el mínimo de los argumentos. Notando que $Qb - Qf$ es la capacidad disponible al finalizar el intento de búsqueda en $X - 1$ y que e es el resultado del intento de búsqueda en X , la definición de ingresos es trivial.

1.4 Estrategia óptima de búsqueda

El comportamiento de la empresa está determinado por la estrategia óptima de búsqueda (EOB). Caracterizando los agentes involucrados como neutrales al riesgo, se tiene que una empresa que ha buscado hasta $X - 1$ y ha encontrado Qf unidades de carga, buscará en X si y sólo si los ingresos esperados de dicho intento de búsqueda son mayores que los costos esperados.

Definiendo $IE(Qb, Qf)$ y $CE(Qb, Qf, X)$ como los ingresos y los costos esperados atribuibles a un intento de búsqueda, se tiene:

$$IE(Qb, Qf) = P \cdot E[\min(e, Qb - Qf)]$$

$$CE(Qb, Qf, X) = Cb + Ca \cdot Qb + Cc \cdot E[\min(e, Qb - Qf)] + (C1_i + C2_i \cdot X) \cdot Qf$$

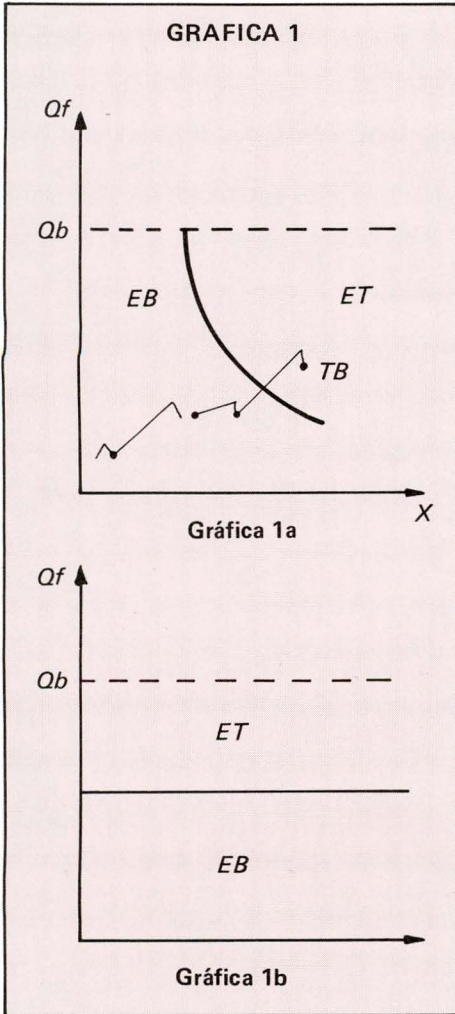
$$EB(Qb) = \{ (Qf, X0) / IE(Qb, Qf) > CE(Qb, Qf, X) \}$$

donde $E(\dots)$ denota el operador valor esperado y $EB(\dots)$ es el *Espacio de Búsqueda*, i.e. el conjunto de valores de Qf y X que inducen una decisión de búsqueda. El complemento de $EB(\dots)$ es el *Espacio de Ter-*

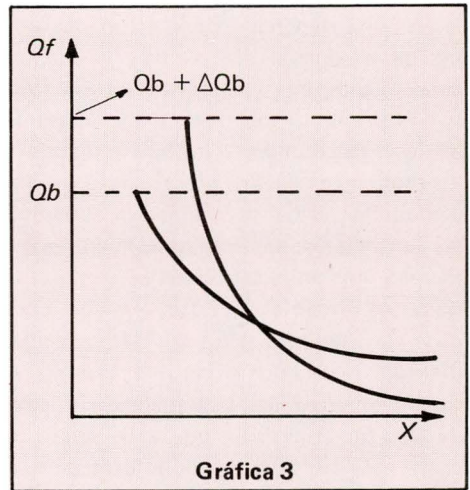
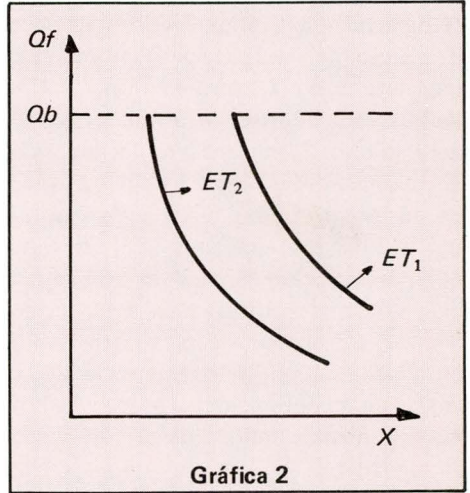
minación, $ET(\dots)$, el conjunto de puntos (Q_f, X) para los cuales la empresa termina la búsqueda y acarrea las unidades de carga consolidadas.

1.5 Estática comparativa

A continuación se presentan algunos resultados de estáticas comparativas; las pruebas rigurosas se encuentran en los Apéndices A y B.



En la Gráfica 1a se muestran los dos espacios EB y ET y una *Trayectoria de Búsqueda*, TB , de una empresa: la empresa inicia su búsqueda con $Q_f = 0$ y $X = 0$, elemento de EB , y la termina después de que el último intento de búsqueda convierte a Q_f y a X en elementos de ET . La Gráfica 1b presenta el caso extremo de costos de inconveniencias nulos o independientes de (X, Q_f) .



Las Gráficas 2 y 3 ilustran los cambios inducidos por las variables exógenas del modelo en la estrategia óptima de búsqueda. La Gráfica 2 ilustra el efecto de una disminución de los parámetros de costos $(C_a, C_c, C_b, C_1, C_2)$, el efecto de un aumento en precios o el efecto de un au-

mento en la información disponible: cualesquiera de estos cambios incrementan los ingresos esperados de un intento de búsqueda (IE) con respecto a sus costos esperados (CE), por lo cual la frontera de la estrategia óptima de búsqueda se desplaza a la derecha. La Gráfica 3 ilustra el efecto de un cambio en la capacidad del vehículo: para este caso, la nueva estrategia óptima de búsqueda interseca a la anterior, ya que para valores "pequeños" de la intensidad de búsqueda X los ingresos esperados (IE) de un intento de búsqueda aumentan más que sus costos esperados (CE), mientras que para valores "grandes" de X esta relación se invierte. Esto se debe a que, *ceteris paribus*, CE aumenta con la intensidad de búsqueda debido a la existencia de los costos de inconvenientes y a que IE disminuye a medida que la carga consolidada Qf aumenta.

Los resultados del párrafo anterior son importantes porque se puede probar —ver apéndices— que las ganancias esperadas de la empresa dependen de la estrategia óptima de búsqueda. Así, si ET_1 es un subconjunto de ET_2 , las ganancias asociadas con el primero son mayores que las asociadas con el segundo. Esto quiere decir que los cambios en costos, precio e información disponible arriba mencionados aumentan las ganancias de las empresas, mientras que incrementos en la capacidad no son necesariamente rentables. Es decir, el modelo permite la determinación de la capacidad deseada igualando a cero el cambio en ganancias esperadas y despejando el valor de Qb . En el caso en que se le asigne un costo a la consecución de información, se puede realizar una operación similar para encontrar el nivel deseado de información disponible.

La dependencia de la capacidad óptima Qb^* en las variables exógenas del modelo es la siguiente: el incremento en los ingresos debido a un cambio en Qb es mayor

entre más alta sea la información disponible. Esto se debe a que el valor esperado del resultado de un intento de búsqueda aumenta con la información disponible. De otra parte, entre mayores sean los parámetros de costos, mayor es el incremento en costos marginales CE . Por lo tanto, se puede concluir que entre más alta la información disponible y más bajos los parámetros de costos, la capacidad deseada es más alta. Recordando que los parámetros de costos dependen de la infraestructura disponible, se concluye que entre mejor sea su calidad, la capacidad de los vehículos que la utilizan es mayor.

2. CONCLUSIONES

A manera de ejemplo de la utilización del modelo, se derivan tres tipos de conclusiones. El trabajo termina con una corta mención de posibles extensiones.

2.1 Mejoras en infraestructura

La calidad de la infraestructura vial y de comunicaciones está representada por los parámetros Ca y Cb , respectivamente: a mayor calidad, menores sus valores. Con respecto a Cb , si su valor disminuye, el nuevo ET se vuelve en subconjunto del ET original por lo cual el valor esperado del factor de carga aumenta. Es decir, los factores de carga están directamente relacionados con la calidad de la infraestructura de comunicaciones. Si Ca disminuye, el efecto es similar siempre y cuando el cambio en Ca afecte los costos de búsqueda. Como la inversión en infraestructura vial está destinada a disminuir los costos de acarreo, su efecto es incrementar la rentabilidad del vehículo pero no la carga transportada por vehículo.

Efectos cualitativamente similares a los inducidos por cambios en Cb se obtienen con incrementos en la información disponible. Es decir, centros destinados a facilitar la consecución de carga incrementan la uti-

lización de los vehículos. Lógicamente, incrementos en $(P - Cc)$ producen también el mismo efecto.

Finalmente, los efectos arriba mencionados no incluyen ajustes del mercado. Para incluirlos, es necesario hacer algún supuesto respecto a la entrada y salida de empresas en este mercado. Esa tarea no se acomete en este trabajo.

2.2 Tamaño óptimo de los vehículos

Según la proposición 6 del numeral A2.2, entre mayor sea l y menor sea $Ca/(P - Cc)$, mayor la posibilidad de que un cambio unitario en la capacidad del vehículo aumente las ganancias esperadas. Por lo tanto, el tamaño óptimo del vehículo aumenta con la información disponible l y con el precio del servicio $(P - Cc)$, y disminuye con los costos unitarios de acarreo generados por las actividades de búsqueda y consolidación.

2.3 Evidencia empírica

Tomando la información de precios y de costos de operación de vehículos que aparece en el Plan Nacional de Transporte, se tiene que un mismo vehículo operando en rutas de longitud distinta con un mismo factor de carga, obtiene utilidades más altas para las rutas cortas. Esta situación no puede ser de equilibrio ya que en equilibrio las mismas rutas no pueden ser las más atractivas para todos los vehículos. Si los precios y costos indicados son de equilibrio, el modelo resuelve el dilema a través de la información disponible: esta es mejor para rutas largas por lo cual, para estas, los factores de carga son mayores y los costos de búsqueda menores.

El modelo se calibró (cálculo de la información disponible) utilizando un experi-

Vehículo (tons.)	Distancia (r) (kms.)	l
25	200	0.4
25	400	0.55
25	600	0.71
25	900	0.99
15	200	0.31
15	400	0.42
15	600	0.60
15	900	—
9	200	0.24
9	400	0.36
9	600	—
6	200	0.20
6	400	0.50
6	600	—

mento de Monte Carlo y suponiendo que para un mismo vehículo rutas de diferente longitud son igualmente rentables. Los resultados se muestran en el Cuadro 1. Allí se observa que la información disponible requerida por un mismo vehículo aumenta con la distancia (los guiones denotan casos en los cuales es imposible obtener ganancias positivas).

Este resultado se explica al tener en cuenta que (i) los costos de acarreo por ton-km son constantes para cada tipo de vehículo y (ii) que los ingresos por ton-km, $(P - Cc)/r$, disminuyen a medida que r aumenta ($dCc/dr = 0$ y $dP/dr > 0$ pero $d^2P/d_2r < 0$)¹¹. Por lo tanto, para mantener las ganancias constantes es necesario

11 De acuerdo con la información en el Plan Nacional de Transporte.

que los costos de búsqueda por tonelada transportada disminuyan. Esto se obtiene incrementando la información.

2.4 Extensiones

El modelo expuesto es un corto resumen de los capítulos 3 y 4 de la referencia 4. Además de las propiedades expuestas, en el trabajo original se hace una comparación entre empresas con un solo vehículo y empresas con dos o más vehículos: la diferencia principal consiste en que las empresas con varios vehículos pueden "planear" las actividades simultáneas de éstos únicamente cuando disponen de una adecuada red de comunicaciones. Es decir, que en caso de que dicha red no exista, cada vehículo es operado independientemente como si cada uno constituyera una empresa. Adicionalmente, en el trabajo original tanto el precio del servicio como la información disponible son endógenos. El primero depende de la oferta y la demanda, y el segundo de las actividades de búsqueda de todas las empresas. Finalmente, la inclusión de la existencia de contratos en el análisis es trivial, ya que la condición inicial de búsqueda puede ser modificada de $Qf = 0$ a $Qf = Q_0$, donde Q_0 es la cantidad contratada.

El modelo requiere de ciertas extensiones que están en proceso de elaboración. Primero, modelar explícitamente el acuerdo acerca del precio entre el transportador y el usuario; un análisis de "oferta y demanda" es muy imperfecto ya que ese precio está determinado en un "juego entre dos agentes", por lo cual las curvas de demanda y oferta no existen. Segundo, el efecto de empresas "grandes" debe ser incorporado: una empresa "grande" debe generar una "zona de influencia" dentro de la cual la información disponible de las otras empresas depende de las acciones de búsqueda de la primera; es decir, el comportamiento de la empresa "grande" afecta el de las pequeñas. Tercero, el análisis de

los efectos estocásticos no debe hacerse únicamente analizando los efectos de cambios en la información disponible 1, sino incluyendo cambios en el número de *entrevistas* por intento de búsqueda. De esta forma se puede variar, separadamente, la media y la varianza del proceso de búsqueda, para así evaluar sus efectos independientemente. Por último, el tipo de decisiones que toma el transportador debe expandirse. Específicamente, el transportador debe poder decidir si consolida o no toda la carga encontrada. Si por ejemplo los costos de inconveniencias son muy altos y el transportador encuentra muy poca carga en un intento de búsqueda, puede ser más rentable continuar buscando desocupado que parcialmente lleno.

APENDICE A

DESARROLLO RIGUROSO DE ALGUNOS CONCEPTOS

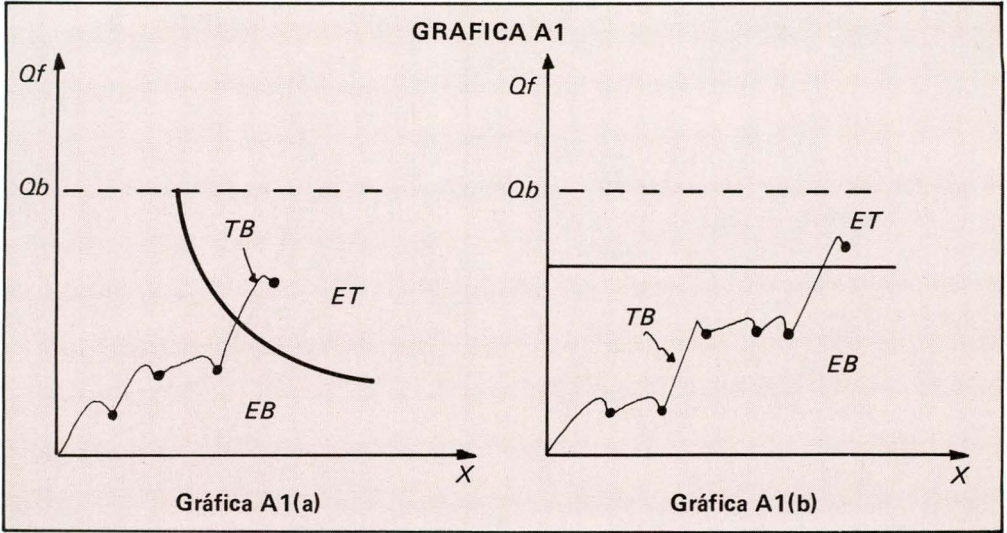
A.1 EL FACTOR DE CARGA Y LA INTENSIDAD DE BUSQUEDA

Si una empresa termina su búsqueda en (Qf^0, X^0) , su factor de carga (*FC*) es igual a Qf^0/Qb y su intensidad de búsqueda a X^0 . Como *TB* es una trayectoria aleatorio, la empresa puede terminar su búsqueda en cualquier punto de *ET*(...). Llamando P_{ij} la probabilidad de que $Qf = i$ y $X = j$ para (i, j) elementos de *ET* (ver Apéndice B para una definición completa de P_{ij} y para las demostraciones de las proposiciones a continuación, se tiene (ver gráfica A1):

Efectos Estructurales:

- ET_1 es un subconjunto de ET_2 si $(Cc/R, Ca/R, Cb/R, C1/R, C2/R)_1 < (Cc/P, Ca/P, Cb/P, C1/p, C2/P)_2$.
- Ceteris Paribus, si ET_1 es un subconjunto de ET_2 , $E_{ET_1}(FC) > E_{ET_2}(FC)$,
y $E_{ET_1}(X) > E_{ET_2}(X)$

GRAFICA A1



3. Ceteris Paribus, si $Qb_1 > Qb_2$, no se puede concluir nada con respecto a la relación entre ET_1 y ET_2 .

Efecto estocástico:

4. Ceteris Paribus, si $I_1 > I_2 E_{I_1}(FC) > E_{I_2}(FC)$.

En el Apéndice B se muestra que todos los valores esperados dependen del tamaño de ET . Por lo tanto, la primera proposición define una relación monotónica entre el tamaño de ET y algunos parámetros; la segunda ilustra las funciones de la primera; y la tercera muestra que con respecto a Qb , dicha relación no existe. La última proposición dice simplemente que manteniendo ET constante, una mejora en la información incrementa el valor esperado del factor de carga.

A.2. LA FUNCION DE GANANCIAS

A.2.1 Valor esperado condicional a (Qf, X)

La función de ganancias está definida en ET . El valor esperado de las ganancias dado (Qf, X) elemento de ET , es igual a:

$$E[G/(Qf, X)] = (P - Cc) \cdot Qf - Ca \cdot Qb(r + X - 1) - Cb(X - 1) - E[C_{inc}/(Qf, X - 1)] \quad (1)$$

donde el primer elemento son los ingresos menos los costos de cargue y descargue, el segundo son los costos de acarreo a lo largo de la zona de búsqueda, $X - 1$, y entre los puntos de origen y el destino, el tercero es el costo de búsqueda, y el último es el valor esperado de los costos de inconveniencias dado el punto de culminación del proceso de búsqueda. Es importante notar que dado Qf y X , $C_{inc}(\dots)$ no es determinístico ya que existe más de una *trayectoria de búsqueda* que tiene por punto de terminación a (Qf, X) .

A.2.2 Valor esperado incondicional

De la ecuación (1) se concluye que la función de ganancias esperadas es igual a:

$$E(G) = (P - Cc) \cdot E(Qf) - Ca \cdot Qb[r + E(X) - 1] - Cb[E(X) - 1] - E(C_{inc}) \quad (2)$$

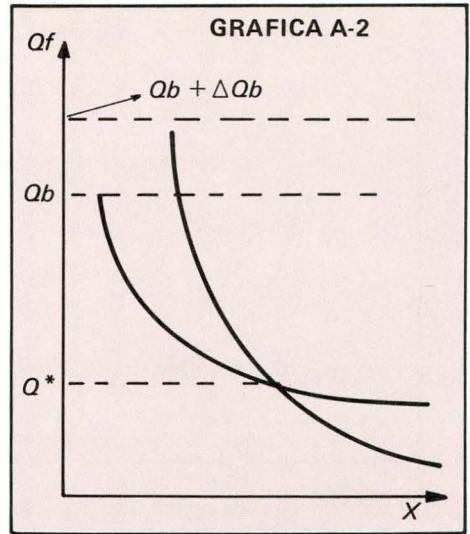
de donde se concluye que:

5. Si ET_1 es un subconjunto de ET_2 debido a efectos estructurales, $E_1(G) > E_2(G)$.

La prueba de esta proposición es trivial ya que EB_2 es un subconjunto de EB_1 . Es decir, la estrategia óptima de búsqueda (EOB) para la situación 2 está incluida en la EOB para la situación 1 por lo cual $E(G)$ no puede disminuir.

6. Si $Qb_1 > Qb_2$ nada se puede afirmar respecto a los valores relativos de $E_1(G)$ y $E_2(G)$.

La prueba de esta proposición requiere dividir los efectos de un incremento de Qb en tres grupos. El primero, ceteris paribus, es truncar el valor esperado del resultado del último intento de búsqueda en un valor más alto, ya que dado Qf , $E[\min(e, Qb - Qf)]$ no puede disminuir. Este efecto aumenta tanto $E(Qf)$ como $E(G)$. El segundo es afectar la EOB ya que $IE(Qb, Qf)$ y $CE(Qb, Qf, X)$ aumentan. Dado un valor de X , $dIE/dQb = P \cdot \text{prob}(e > Qb - Qf)^{12}$, y $d^2IE/dQb \cdot dl > 0$ lo cual implica que entre menor sea la capacidad disponible y mayor la información, el efecto en IE es mayor. De otra parte, se tiene $dCE/dQb = Ca + Cc \cdot \text{prob}(e > Qb - Qf)$ de donde $d^2CE/dQb \cdot dl = (Cc/P)d^2IE/dQb \cdot dl$. Por consiguiente, $d(IE - CE)/dQb$ es mayor que cero si $(P - Cc) \cdot \text{prob}(e > Qb - Qf) > Ca$, y $d^2(IE - CE)/dQb \cdot dl$ es siempre mayor que cero. Por lo tanto, teniendo en cuenta únicamente estos dos primeros efectos, para Q^* tal que $\text{prob}(e > Qb - Q^*) = Ca/(P - Cc)$ la frontera de la EOB no cambia, para $Qf < Q^*$ la frontera se desplaza hacia abajo y para $Qf > Q^*$ se desplaza hacia arriba. Adicionalmente entre mejor sea la información, menor es Q^* . El tercer efecto es causado por el cambio en el costo de acarreo. Este efecto reduce los costos de



acarreo si la elasticidad de Ca con respecto a Qb es menor que -1^{13} .

De lo anterior se concluye que (ver Gráfica A2) el segundo efecto —cambio en la EOB— no modifica el espacio ET de forma tal que se convierte en un subconjunto del original o viceversa, por lo cual no se puede concluir nada respecto al cambio en $E(G)$. Sin embargo, entre mayor sea Q^* y menor la elasticidad mencionada, mayores las posibilidades de que el nuevo ET sea un subconjunto del original lo cual implicaría un aumento en $E(G)$. Visto de otra manera, como Q^* depende positivamente de la información disponible y negativamente de $Ca/(P - Cc)$, la capacidad óptima de una empresa depende igualmente de las mismas variables.

7. Si $I_1 > I_2$, entonces $E_1(G) > E_2(G)$.

La prueba es igual a la de la proposición 5 ya que el nuevo ET es un subconjunto del original.

13 Como el costo de acarreo es igual a $Ca \cdot Qb \cdot r$, su derivada con respecto a Qb es mayor o menor que cero dependiendo de si $Ca \cdot r + Qb \cdot r \cdot (dCa/dQb)$ es positivo o negativo. Reescribiendo la expresión anterior, se tiene que el tercer efecto reduce los costos de acarreo si $(Qb/Ca) \cdot (dCa/dQb)$ es menor que -1 .

12 Ver Apéndice B numeral 5.

APENDICE B
DEFINICIONES Y DEMOSTRACIONES
MATEMATICAS

1. Definición de P_{ij}

Sea $(Y, X)_0$ elemento de EB y $N = (n_0, n_1, \dots, n_n)$ donde n_1 es el número de intentos de búsqueda que han resultado en i unidades de carga. Por lo tanto, N tiene una distribución multinomial. La distribución de Y puede encontrarse a partir de la de N ya que $Y = \sum_i i \cdot n_i$.

Con base en la distribución de Y , se tiene:

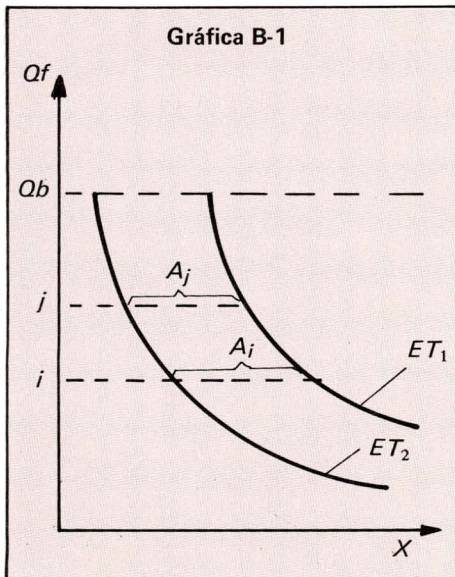
$$\text{prob}(Qf = i, X = j) =$$

$$\sum \text{prob}(Y = Qf - k) \cdot \text{prob}(e = k)$$

$k: (Qf - k, X - 1)$
es un elemento de EB

2. ET_1 es un subconjunto de ET_2 si $(Cc/P, Ca/P, Cb/P, C1/P, C2/P)_1 < (Cc/P, Ca/P, Cb/P, C1/P, C2/P)_2$

Esta proposición es trivial ya que por definición $IE_1 > IE_2$ y/o $CE_1 < CE_2$.



3. Ceteris paribus, si ET_1 es un subconjunto de ET_2 , entonces

$$E_{ET_1}(FC) > E_{ET_2}(FC)$$

y

$$E_{ET_1}(X) > E_{ET_2}(X)$$

Por definición,

$$E_{ET_1}(Qf) = \sum_{j=1}^{Qb} j \cdot \text{prob}_{ET_1}(Qf=j)$$

de donde se quiere probar que

$$D = \sum_{j=1}^{Qb} j \cdot H(p_j) > 0$$

donde

$$H(p_j) = [\text{prob}_{ET_1}(Qf=j) - \text{prob}_{ET_2}(Qf=j)]$$

Sea A_j el conjunto de elementos (j, X_0) tales que (j, X_0) son elementos de ET_2 y no son elementos de ET_1 (ver Gráfica B1). Definiendo b_{ij} como la probabilidad de que cualquier proceso de búsqueda que haya terminado en $Qf = j$ haya tenido el elemento $(Qf = i, X)$ elemento de A_i ; y definiendo a_j como:

$$a_j = \sum_{X_0 \text{ elemento de } A_j} \text{prob}_{ET_2}(Qf=j, X=X_0)$$

se tiene,

$$H(p_j) = -a_j + \sum_{i=1}^j a_i \cdot b_{ij}$$

donde,

$$b_{ij} = \text{prob}(A_i/Qf = j)$$

y

$$\sum_j b_{ij} = 1$$

Como la sumatoria de los $H(p_j)$ y de los b_{ji} sobre los j es cero (0) y uno (1) respectivamente, reemplazando $H(p_j)$ en la definición de D , se tiene que D es mayor que cero. Q.E.D.

La prueba para $E(X)$ es similar.

4. Ceteris Paribus, si $I_1 > I_2$, entonces
 $E_{I_1}(FC) > E_{I_2}(FC)$.

Esta proposición también es trivial ya que dado EB , para todos los elementos de EB el valor esperado de un intento de búsqueda aumenta.

5. Cambio de IE con respecto a un cambio unitario en Qb .

Por definición,

$$IE(Qb, Qf)/P = \sum_{i=0}^{Qb-Qf} i \cdot \text{prob}(e=i) \\ + (Qb - Qf) \cdot \text{prob}(e > Qb - Qf)$$

por lo cual

$$IE(Qb + 1, Qf) - IE(Qb, Qf) = \\ P \cdot \text{prob}(e > Qb - Qf).$$

Como e tiene una distribución binomial (n, I) ,

$$d[\text{prob}(e > Qb - Qf)]/dI > 0.$$

BIBLIOGRAFIA

1. E.E. Bayley, A.F. Friedlaender, "Market Structure and Multiproduct Industries" *Journal of Economic Literature*, Sept. 1982.
2. E.R. Berndt, C.J. Morrison, J.C. Watkins, "Dynamic Models of Energy Demand: An Assessment and Comparison" en *Modelling and Measuring Natural Resource Substitution*, The MIT Press, 1981.
3. ——— y L.R. Christensen, "The Internal Structure of Functional Relationships: Separability, Substitution and Aggregation" en *Review of Economic Studies*, Enero 1973.
4. G. Botero Arboleda, "Transport Firm Behavior Under Demand Uncertainty: the case of Colombia". Tesis Doctoral, Boston University, 1984.
5. M.C. Kohn, S. Shavell, "The Theory of Search", *Journal of Economic Theory*, Octubre 1974.
6. Ministerio de Obras Públicas y Transporte, Oficina de Planeación, *Plan Nacional de Transporte. Carreteras, Ferrocarriles, Ríos y Puertos*. Informe Final, Febrero 1982.