

UN MODELO DE EQUILIBRIO GENERAL DINÁMICO PARA LA EVALUACIÓN DE LA POLÍTICA ECONÓMICA EN COLOMBIA



UN MODELO DE EQUILIBRIO GENERAL DINÁMICO PARA LA EVALUACIÓN DE LA POLÍTICA ECONÓMICA EN COLOMBIA

Investigadores

Rodrigo Suescún

Roberto Steiner

Asistente de investigación

Adrián Zuur

Julio de 2017



Tabla de contenido

Glosario de Variables	4
Introducción	7
Capítulo 1: Revisión de la literatura sobre CGE y DSGE.....	9
I. ¿En qué consisten los modelos de equilibrio general aplicado?	9
II. Modelos de equilibrio general aplicado: estáticos vs. dinámicos	11
Modelos de equilibrio general computable	11
Modelos de equilibrio general con optimización dinámica.....	14
III. Los modelos de equilibrio general aplicados al caso colombiano	17
Modelos de equilibrio general computable	17
Modelos de equilibrio general dinámico-estocástico	19
Capítulo 2: El modelo	21
I. Sectores productivos	21
II. Mayoristas, minoristas e importadores	25
III. El bien doméstico	28
IV. El bien de inversión.....	29
V. La firma productora del bien de consumo.....	30
VI. La firma productora del bien de consumo del gobierno.....	31
VII. El lado de la demanda.....	31
Familias no-Ricardianas (NO)	31
Familias Ricardianas (O).....	34
Agregación del sector privado.....	36
VIII. Gobierno.....	37
IX. Exportaciones, importaciones y términos de intercambio	38
X. Tasa de interés externa y prima de riesgo país	39
XI. Regla fiscal y regla monetaria.....	40
XII. PIB nominal y real	41
XIII. Equilibrio de los mercados	42
Capítulo 3: Calibración y Estado Estacionario.....	44
Capítulo 4: Simulaciones	56
Conclusiones	63
Bibliografía	64

Anexos.....	71
A. Sistema de Ecuaciones del Modelo	71
B. Sistema Estacionarizado.....	76
C. Estado Estacionario	81

Glosario de Variables

Variable	Descripción
A_t^i	Productividad total de los factores en sector i , $i = \{1,2,3\}$
A_t	Índice de productividad agregada multifactorial
A_t^i	Índice de productividad específica a sector i , $i = \{1,2,3\}$
BC_t	Balanza comercial
$B_{G,t}$	Oferta de bonos domésticos del gobierno
$B_{P,t}$	Demanda de bonos del gobierno del sector privado
B_t^O	Demanda de bonos domésticos de la familia Ricardiana
CC_t	Cuenta corriente
$CM_{i,t}$	Costo marginal de minoristas del sector i , $i = \{1,2\}$
$C_{P,t}$	Gasto de consumo real del sector privado
C_t^{NO}	Gasto de consumo real de la familia no-Ricardiana
C_t^O	Gasto de consumo real de las familia Ricardiana
$D_{C,t}$	Insumo de bien doméstico en producción del bien de consumo
$D_{I,t}$	Insumo de bien doméstico en producción del bien de inversión
$D_{G,t}^*$	Deuda externa del gobierno
$D_{P,t}^*$	Deuda externa del sector privado
D_t^{*O}	Deuda externa de la familia Ricardiana
E_t	Exportaciones reales totales
$E_{C,t}$	Exportaciones reales del bien de consumo
E_t^{oil}	Exportaciones petroleras
F_t	Necesidades nominales de financiación del gobierno
$\gamma_{L,t}$	Tasa bruta de crecimiento del crédito a la familia no-Ricardiana
$\gamma_{PIB,t}$	Tasa bruta de crecimiento del PIB real
G_t	Gasto corriente real del gobierno
$g_{C,t}$	Gasto corriente del gobierno como % del PIB nominal
g_t^{exo}	Gasto crte del gobierno, como % del PIB, dado exógenamente
$g_{F,t}$	% necesidad de financiación del gobierno con bonos domésticos
$g_{I,t}$	Gasto en infraestructura como % del PIB nominal
$h_{i,t}$	Oferta total de trabajo en sector i , $i = \{1,2,3\}$
$h_{i,t}^{NO}$	Oferta de trabajo de la familia no-Ricardiana en sector i , $\forall i$
$h_{i,t}^O$	Oferta de trabajo de la familia Ricardiana en sector i , $\forall i$
$\mathbb{I}_{G,t}$	Función Indicador para cambio de régimen de gasto público
$\mathbb{I}_{M,t}$	Función Indicador para cambio régimen de política monetaria
$I_{G,t}$	Inversión real del gobierno en infraestructura
$I_{i,t}$	Inversión privada en capital del sector i , $\forall i$
$I_{i,t}^O$	Inversión de capital en sector i , $\forall i$, de la familia Ricardiana
$I_{P,t}$	Inversión real privada
\mathbb{K}_t	Acervo efectivo de infraestructura
$K_{G,t}$	Stock de infraestructura pública instalada
$K_{i,t}$	Capital privado instalado en sector i , $\forall i$
$K_{i,t}^O$	Stock de capital de la familia Ricardiana en sector i , $\forall i$
l_t	Saldo nominal de préstamos a familia no-Ricardiana

L_t	Saldo real de préstamos a familia no-Ricardiana
ℓ_t	Tasa de apalancamiento de la familia no-Ricardiana
M_t	Importaciones reales totales
$M_{i,t}$	Materias primas importadas usadas en sector i , $\forall i$
$M_{C,t}$	Importaciones de bienes de consumo
$M_{I,t}$	Importaciones de bienes de capital y equipo
$n_{i,t}$	Demanda de trabajo de firmas del sector i , $\forall i$
PIB_t^N	PIB nominal
PIB_t^R	PIB real
P_t^{*oil}	Precio del petróleo en el mercado internacional
$P_{C,t}^*$	Precio externo de la canasta externa de bienes de consumo
$P_{M,t}^*$	Precio externo de las importaciones
$P_{1,t}$	Precio del producto mayorista del sector 1
$P_{2,t}$	Precio del producto mayorista del sector 2
$P_{C,t}$	Índice de precios de la canasta de bienes de consumo
$P_{D,t}$	Precio del bien doméstico
$P_{E,t}$	Índice de precios de exportaciones
$P_{G,t}$	Índice de precios de la canasta de consumo del gobierno
$P_{I,t}$	Precio del bien de inversión
$P_{M,t}$	Precio interno de los bienes importados
$P_{PIB,t}$	Deflactor implícito del PIB
$PP_{i,t}$	Precio al productor del bien del sector i , $\forall i$
$PP_{j,i,t}$	Precio minorista de la variedad j , $j \in [0,1]$, en sector i
$\Pi_{i,t}$	Ganancias agregadas de los minoristas del sector i , $i = \{1,2\}$
$\Pi_{j,i,t}$	Ganancias generadas por minorista j del sector i , $i = \{1,2\}$
Π_t^O	Ganancias de familia Ricardiana
$\pi_{C,t}^*$	Tasa bruta de inflación externa de la canasta de consumo
$\pi_{C,t}$	Tasa bruta de inflación de la canasta de bienes de consumo
$\pi_{i,t}$	Tasa bruta de inflación de bien mayorista del sector i
$\pi_{M,t}$	Tasa de inflación doméstica de bienes importados
ρ_t	Prima de riesgo país
R_t^*	Tasa bruta de interés externa
R_t	Tasa bruta de interés nominal doméstica
R_t^{exo}	Tasa bruta de interés nominal observada o dada exógenamente
R_t^W	Tasa bruta de interés externa ajustada por prima de riesgo país
S_t	Tasa de cambio del peso contra el dólar
$\tau_{C,t}$	Tasa efectiva de tributación del consumo
$\tau_{I,t}$	Tasa efectiva de tributación de la inversión
$\tau_{K,t}$	Tasa efectiva de tributación de la renta de capital
$\tau_{N,t}$	Tasa efectiva de tributación del ingreso laboral
$\tau_{C,t}^M$	Arancel efectivo sobre bienes de consumo importados
$\tau_{I,t}^M$	Arancel efectivo sobre bienes de capital y equipo importados
$\tau_{i,t}^{MX}$	Arancel efectivo de materias primas importadas de sector i , $\forall i$
$\tau_{i,t}^X$	Tasa de tributación del consumo intermedio del sector i , $\forall i$
TCR_t	Tasa de cambio real
TI_t	Términos de intercambio
$T_{G,t}$	Transferencias del gobierno

$T_{P,t}$	Transferencias recibidas por el sector privado
T_t^{NO}	Transferencias recibidas por la familia no-Ricardiana
T_t^O	Transferencias recibidas por la familia Ricardiana
$u_{i,t}$	Costo real de alquiler de los servicios del capital en sector i , $\forall i$
$V_{G,t}$	Ingreso del gobierno por dividendos del sector petrolero
$V_{P,t}$	Pago de dividendos del sector privado al gobierno
V_t^O	Pago de dividendos de la familia Ricardiana al gobierno
v_t	Pago de dividendos como % renta de capital del sector petrolero
$W_{i,t}$	Salario real en sector i , $\forall i$
$X_{j,i,t}$	Insumo del sector j usado en la producción del sector i , $\forall i, j$
$XX_{i,t}$	Compras minoristas del bien $YY_{i,t}$, $i = \{1,2\}$
$XX_{j,i,t}$	Compras del minorista j , $j \in [0,1]$, del bien $YY_{i,t}$, $i = \{1,2\}$
Y_t^*	PIB externo
$Y_{C,t}$	Producción del bien de consumo
$Y_{D,t}$	Producción del bien doméstico
$Y_{G,t}$	Producción del bien de consumo del gobierno
$Y_{I,t}$	Producción del bien de inversión
$Y_{i,t}$	Producción mayorista del sector i , $i = \{1,2\}$
$YY_{i,t}$	Producción bruta del sector i , $\forall i$
$YY_{j,i,t}$	Producción minorista de la variedad j en sector i , $i = \{1,2\}$
$Z_{1,t}$	Monto de $Y_{1,t}$ como insumo en producción del bien doméstico
$Z_{2,t}$	Monto de $Y_{2,t}$ como insumo en producción del bien doméstico
$Z_{G,t}$	Monto de $Y_{2,t}$ como insumo en el bien de consumo del gobierno
Ω_t	Precio sombra de una unidad adicional de ingreso real

Introducción

Este documento presenta un modelo de equilibrio general dinámico para el análisis de la economía colombiana. A diferencia de la mayoría de modelos de equilibrio general aplicado, este integra simultáneamente (i) el modelamiento dinámico de la toma de decisiones; (ii) la posibilidad de simular política económica discrecional; y (iii) un tratamiento explícito de los encadenamientos intersectoriales en la economía. Gracias a esto, resulta idóneo para responder preguntas que no se prestan para ser estudiadas con otros modelos económicos, como los modelos de equilibrio general dinámico estocástico (DSGE) o los modelos de equilibrio general computable (CGE).

En contraste con modelos DSGE como los de Rincón *et al.* (2014) y González *et al.* (2014), el modelo en este documento es determinístico y multisectorial. Este modela el lado de la oferta en la economía a través de sectores productivos que se relacionan entre sí a través del consumo intermedio. Esta configuración permite llevar a cabo análisis más detallados de la dinámica sectorial. Adicionalmente, en el modelo que aquí se presenta no se supone que la política monetaria o fiscal siguen reglas predeterminadas, como es usual en la literatura. Al postular que las variables de política son exógenas, podemos analizar disyuntivas de política económica que no pueden formularse en un modelo donde la política monetaria/fiscal sigue rígidamente una regla.

Por otro lado, el modelo aquí presentado difiere de los modelos CGE como los de Bussolo (1998) o Cicowicz (2009), por cuanto en nuestro caso la toma de decisiones es de tipo intertemporal. En razón a ello, hay mercados de ahorro, inversión, y deuda, que reflejan las restricciones y los *trade-offs* intertemporales de los agentes.

En el lado de la oferta, el modelo que acá desarrollamos incluye tres sectores productivos encadenados: el sector transable no petrolero, el sector no transable, y el sector petrolero. En cada sector existe competencia imperfecta con costos de ajuste de precios a la Rotemberg, lo que determina la no neutralidad del dinero y por ende la relevancia de la política monetaria. La producción de estos bienes se combina, junto con las importaciones, para producir canastas de consumo, de inversión, y de exportaciones. Por su parte, en el lado de la demanda, el gobierno realiza gastos corrientes y de inversión en infraestructura pública que tiene externalidades sobre la productividad, a la vez que recauda impuestos distorsivos y emite bonos. En cuanto a los hogares, éstos consumen e invierten en capital y en bonos. Una fracción de los hogares son Ricardianos (es decir, tienen acceso sin restricciones a los mercados financieros para ahorrar y pedir prestado) y el resto corresponde a hogares no Ricardianos.

El modelo que se propone permite explorar preguntas como, por ejemplo, qué ocurre a nivel sectorial en el mediano plazo ante choques externos, como choques en el precio del petróleo, o qué ocurre si la autoridad fiscal adopta diferentes estrategias frente a la reducción del déficit fiscal o externo, algunas más agresivas que otras. Este tipo de preguntas son especialmente relevantes para el análisis de la economía colombiana en el presente, y, como se mencionó, son difíciles de abordar satisfactoriamente con otros modelos de equilibrio general aplicados a Colombia.

El trabajo consta de cuatro capítulos. En el primero se hace una detallada revisión de la literatura, tanto teórica como de modelos aplicados al caso de Colombia. Queremos con ello hacer plena claridad respecto del vacío que pretendemos llenar con nuestro trabajo. El segundo capítulo desarrolla el modelo mientras que en el tercero se presenta la calibración de los parámetros. El cuarto capítulo se presenta un par de simulaciones para ilustrar el uso del modelo.

Capítulo 1: Revisión de la literatura sobre CGE y DSGE

El propósito principal de la presente investigación es construir un modelo de equilibrio general dinámico aplicado a Colombia con algunas ventajas sobre otros modelos de equilibrio general de FEDESARROLLO y de otras entidades que hacen estudios económicos en el país. En este capítulo se presenta una revisión de la literatura acerca de los modelos de equilibrio general empleados para el análisis empírico en la actualidad, con atención especial a aquellos que son aplicados a la economía colombiana.

I. ¿En qué consisten los modelos de equilibrio general aplicado?

El rasgo esencial de los modelos de equilibrio general es que representan un conjunto de mercados interrelacionados que se vacían simultáneamente. Este tipo de modelo tiene sus orígenes en las ideas del flujo circular de Quesnay. Posteriormente fue adquiriendo sus rasgos actuales gracias a los desarrollos teóricos de Walras, Keynes, Leontief, Arrow y Debreu, entre otros. Hoy por hoy, los modelos de equilibrio general consisten, básicamente, en sistemas de ecuaciones que describen los equilibrios de oferta y demanda de todos los mercados de una economía. La solución de este sistema de ecuaciones constituye un equilibrio del modelo, que da una idea del comportamiento esperado de las cantidades y precios en los mercados considerados. A partir de éstos, y dependiendo de la estructura del modelo, es posible estimar variables como el PIB, la inflación, o el déficit fiscal. Además, el equilibrio permite caracterizar la asignación de recursos a través de los distintos sectores de la economía.

Durante los años 50 y 60 del siglo pasado eran comunes los modelos macro-económicos de gran cantidad de ecuaciones y variables, cuya estructura no provenía de la teoría microeconómica. Estos modelos fueron seriamente cuestionados a raíz de la llamada ‘Crítica de Lucas’. Lucas (1976) observó que los parámetros de reglas de comportamiento no microfundamentadas generalmente no son estructurales (es decir, no representan las preferencias y restricciones de los agentes económicos). Más bien, reflejan las expectativas de los agentes bajo un régimen de política dado, las cuales podrían cambiar en un eventual cambio de régimen. Así, estos modelos no son útiles para analizar cambios permanentes en la política económica, pues no sería razonable suponer la invariancia de sus parámetros en estas situaciones.

Una característica común a la mayoría de modelos de equilibrio general modernos es que son microfundamentados. Esto significa que la mayoría de las ofertas y demandas de estos modelos provienen de procesos de optimización (maximización de beneficios o minimización de costos), lo que refleja el supuesto de que los agentes son racionales, en el sentido de la teoría económica. Los modelos de equilibrio general microfundamentados,

basados en parámetros estructurales, aportan herramientas adecuadas para estudiar distintos regímenes de política.

Más allá de representar el equilibrio de varios mercados simultáneamente y de ser microfundamentados, existe gran diversidad en cuanto a las características de los modelos de equilibrio general modernos. Por ejemplo, la cantidad de mercados y agentes del modelo, así como las relaciones entre ellos pueden concebirse de distintas maneras. A su vez, existen varias opciones para modelar el comportamiento dinámico de las diversas variables. Esta diversidad impide hacer una descripción de las características de los modelos de equilibrio general como un todo; más bien, motiva una clasificación más detallada de distintos tipos de modelos de equilibrio general, como se muestra más adelante.

Los modelos de equilibrio general *aplicado* son modelos para los cuales se dan valores numéricos a sus parámetros, buscando representar una economía en particular. Para asignar dichos valores, se utilizan distintos métodos de calibración o estimación con base en datos observados, dependiendo de su disponibilidad y de la estructura del modelo en cuestión, el cual, por supuesto, se diseña con el fin de caracterizar lo más adecuadamente posible una economía en particular. Dados los valores de los parámetros, un modelo de equilibrio general aplicado es utilizado para simular el equilibrio de la economía bajo estudio en situaciones hipotéticas, que resultarían de la implementación de cambios en la política económica o de cambios exógenos (p.ej. en los precios de los *commodities*).

Los modelos de equilibrio general aplicados se diferencian de otras herramientas cuantitativas de análisis económico en varias dimensiones. Por un lado, contrario a los enfoques de equilibrio parcial, que modelan un único mercado, los de equilibrio general dan cuenta de la propagación de efectos a través de toda la economía ante un cambio en un mercado en particular. Por tal razón, los modelos de equilibrio general permiten cuantificar impactos indirectos que surgen de las interacciones entre distintos mercados, impactos que no tienen lugar en modelos de equilibrio parcial. Esta ventaja de los modelos de equilibrio general se da a costa de la simplicidad en la interpretación de los resultados. Mientras que los mecanismos causales en modelos de equilibrio parcial son pocos y relativamente sencillos de entender, interpretar los resultados de modelos de equilibrio general aplicados suele resultar más complejo.

Varios estudios económicos aplicados se basan en la estimación de modelos econométricos y, en particular, macroeconométricos. Estos se diferencian de los de equilibrio general porque no están fundamentados en la teoría económica. Esto puede ser ventajoso, en la medida que permiten analizar los datos con pocas preconcepciones teóricas, sin especificar detalladamente la estructura de toda la economía. No obstante, esta flexibilidad es problemática por cuanto no resulta sencillo identificar los mecanismos causales que subyacen las relaciones estadísticas que estos métodos econométricos estiman (Arora,

2013). En evidente contraste, los modelos de equilibrio general están basados en supuestos *explícitos* respecto del comportamiento de los agentes, lo que facilita la identificación de las relaciones causales de dichos modelos.

II. Modelos de equilibrio general aplicado: estáticos vs. dinámicos

Para dar una idea general de los distintos tipos de modelos de equilibrio general existentes conviene clasificarlos según el horizonte temporal relevante para la toma de decisiones por parte de los agentes. Entre los modelos microfundamentados, se puede hacer una distinción entre aquellos en los que los agentes optimizan dinámicamente (sobre varios períodos de tiempo) y aquellos en que realizan optimización estática. Por ejemplo, en algunos modelos los hogares escogen sendas de consumo y ahorro para varios periodos, que maximizan su utilidad a lo largo de su horizonte de planeación. En contraste, hay modelos en que los hogares se modelan escogiendo una canasta de consumo para un único período. Del mismo modo, los demás agentes de la economía, como el gobierno o las firmas, pueden modelarse como tomadores dinámicos o estáticos de decisiones.

Cada uno de estos enfoques tiene ventajas y desventajas. Los modelos de optimización dinámica representan, por definición, *trade-offs* intertemporales para los agentes. Esto los hace adecuados para analizar variables que están intrínsecamente ligadas a la determinación de costos y beneficios futuros tales como el consumo, el ahorro, y la inversión. Estos modelos son computacionalmente complejos por lo que suelen abarcar solo un pequeño número de mercados. En contraste, los modelos de optimización estática son más sencillos y, consiguientemente, se prestan para representar un gran número de mercados.

Modelos de equilibrio general computable

Los modelos de optimización estática más utilizados se conocen como “modelos de equilibrio general computable”, o modelos CGE por su sigla en inglés. Estos tienen su origen en la década de 1950 con los modelos insumo-producto de Leontief (1951), que representan a la economía como un sistema de ecuaciones lineales, modelando detalladamente los flujos de bienes y servicios entre sectores económicos y cuya solución se halla fácilmente con métodos de álgebra lineal. Este enfoque fue utilizado para apoyar la planeación económica durante el periodo de la posguerra.

Johansen (1960) construyó el primer modelo CGE moderno. Este hizo avances frente a sus antecesores al especificar detalladamente formas funcionales para modelar la demanda de consumo de los hogares e integrar los precios como resultados endógenos de equilibrios de oferta y demanda (Dixon, 2006). Johansen utilizó su modelo para analizar las perspectivas de crecimiento de Noruega, suponiendo diferentes sendas de cambio tecnológico (Mitra-Kahn, 2008). Su enfoque fue retomado en los años 70 por Dervis (1973), Ahmed (1974), Taylor y Black (1974), Adelman y Robinson (1975, 1978) y Taylor y Lysy (1979), quienes llevaron a cabo estudios empíricos para Turquía, Bangladesh, Chile, y Corea del

Sur, respectivamente. Sentado este precedente, en las décadas de 1980 y 1990 los modelos de equilibrio general computable se convirtieron en herramientas comunes en instituciones como el Banco Mundial y la OECD para cuantificar los impactos esperados de ajustes macroeconómicos, reformas tributarias y tratados de libre comercio, entre otros.

Por su naturaleza, los modelos CGE son esencialmente distributivos, más no de crecimiento. Contemplan un gran número de sectores, pero no incorporan un tratamiento endógeno de la acumulación de factores y el cambio tecnológico. Por ende, son utilizados especialmente para describir la asignación de recursos a través de los sectores y agentes de la economía. Se emplean para estudiar, por ejemplo, cuáles son los segmentos de la economía beneficiados o perjudicados por algún cambio en las condiciones de los mercados. Por el contrario, su uso para el pronóstico de agregados macroeconómicos a través del tiempo es muy limitado, como discutimos más adelante.

En la práctica, los modelos CGE modernos se basan fundamentalmente en una matriz de contabilidad social, o SAM por sus siglas en inglés, que es la fuente para calibrar la mayoría de los parámetros de los modelos. Una SAM es una representación de los flujos económicos entre sectores productivos y agentes institucionales durante un periodo de tiempo determinado (generalmente, un año). Esta se construye a partir de información de cuentas nacionales. Las SAM usualmente incluye los flujos de consumo intermedio que existe entre sectores; la remuneración a los factores en cada uno de ellos; la demanda final de bienes por parte de hogares, gobierno y empresas para consumo o inversión de cada tipo de bien; los flujos de impuestos directos e indirectos; y las importaciones y exportaciones de cada bien considerado.

Los modelos CGE suponen tecnologías de producción y preferencias con formas funcionales habituales en la teoría microeconómica y, bajo el supuesto de que la SAM representa una economía en equilibrio (llamada el *benchmark*), obtienen la mayoría de sus parámetros directamente con base en ella. La calibración se realiza de modo que, en ausencia de choques, el modelo reproduzca los flujos observados en la SAM. Por ende, la estructura teórica de los modelos CGE usualmente está condicionada a la información disponible en la matriz de contabilidad social.

Más específicamente, los modelos CGE usualmente adoptan funciones de producción o utilidad con elasticidades de sustitución constantes (CES). Este tipo de función toma varios argumentos (insumos, bienes de capital, bienes de consumo, etc.) y los convierte en un nivel de producción o de utilidad. Cada argumento en una CES es ponderado por un parámetro que representa su importancia relativa en la producción o la obtención de utilidad. Estos parámetros se obtienen directamente de la SAM, que tiene información sobre, por ejemplo, el peso de cada insumo en un plan de producción, o de cada bien de consumo en la canasta de consumo de los hogares. Por otro lado, las funciones CES están caracterizadas por una elasticidad de sustitución que determina el grado en que son

sustituibles los distintos argumentos de la misma¹. Además de las funciones CES, también son comunes los modelos CGE con funciones de utilidad Stone-Geary, que generan sistemas de demandas lineales (LES, por su sigla en inglés) (Burfisher, 2011), cuyos parámetros se calibran de modo similar al caso de las funciones CES.

Además de modelar con flexibilidad las tecnologías de producción y las preferencias, los modelos CGE pueden ajustarse para representar una gran variedad de estructuras de mercado. Estos pueden modelar mercados perfectamente competitivos, mercados con competencia imperfecta, o mercados con otro tipo de rigideces (cantidades fijas, precios mínimos, etc.). De este modo, la especificación de cada modelo CGE depende en buena medida de la valoración que haga el investigador acerca de las características de la economía bajo estudio.

Para llevar a cabo simulaciones con un modelo CGE es necesario definir un ‘cierre macroeconómico’. Este aspecto de los modelos CGE es consecuencia de que las SAM incluyen información acerca de la inversión y el ahorro efectuado por el gobierno, el resto del mundo, y por los agentes privados, de modo que el equilibrio macroeconómico $I=S$ está implícito por construcción (Mitra-Kahn, 2008). Sin embargo, los modelos CGE no contemplan *trade-offs* inter-temporales y, por tanto, no pueden dar cuenta de las decisiones de inversión y ahorro privado o público como resultado de la optimización de los agentes. Esto significa que en el modelo no hay ecuaciones que determinen estas cantidades, lo que implica que el sistema de ecuaciones es indeterminado (es decir, tiene ‘más incógnitas que ecuaciones’ e infinitas soluciones).² Ello hace necesario fijar exógenamente una o más variables para obtener una solución única, conformando así un ‘cierre macroeconómico’.

En la práctica, ello implica que en los modelos CGE se fija exógenamente algunos componentes de la inversión agregada o del ahorro agregado, de modo que las demás variables que componen el equilibrio $I=S$ se obtengan por residuo. La decisión de cuáles variables fijar para conformar un cierre macroeconómico tiene importantes consecuencias y distintos cierres de un modelo CGE pueden generar comportamientos de la economía muy diferentes. Un cierre macroeconómico equivale, en el fondo, a escoger una dirección de la causalidad entre el ahorro y la inversión.

Vale la pena anotar que, aunque la optimización en los CGE es estática, éstos pueden adecuarse para el estudio de varios periodos, suponiendo sendas de crecimiento de algunas variables exógenas como las dotaciones de factores, la productividad total de cada industria

¹ Este parámetro no puede inferirse de la SAM, pues esta no incluye información de cómo varían los planes de producción o de consumo ante diferentes precios relativos. Por lo tanto, es necesario determinar su valor con base en información adicional.

² La ausencia de *trade-offs* intertemporales en los modelos CGE y la indeterminación resultante se ven reflejadas en que la tasa de interés es básicamente irrelevante en estos modelos, dado que las decisiones de ahorro e inversión no son sensibles a este precio.

y otros parámetros del modelo. Este procedimiento permite “actualizar” reiteradamente los parámetros de la economía y, con base en ello, llevar a cabo simulaciones a lo largo del tiempo. Sin embargo, esta manera de extender los CGE no los hace auténticamente dinámicos, por cuanto los agentes no tienen opción ni necesidad de posponer la obtención de beneficios presentes para mejorar su situación futura, ni viceversa. Por tanto, el comportamiento de los agentes en un periodo dado está esencialmente desligado de su comportamiento en periodos futuros.

Modelos de equilibrio general con optimización dinámica

Los modelos de optimización dinámica son aquellos en que algunos o todos los agentes habitan la economía por más de un periodo y toman decisiones buscando maximizar su utilidad o beneficios sobre el total de periodos en que actúan. En ese orden de ideas, los problemas de optimización consideran funciones de utilidad o beneficios de varios periodos, que implican que los agentes valoran, por ejemplo, su consumo en el futuro y no solo en el presente. A su vez, contemplan restricciones presupuestales o tecnológicas que son dinámicas y que contemplan la posibilidad de, por ejemplo, tomar deudas para consumir en el presente más de lo que los ingresos lo permiten. Esto constituye una ruptura fundamental con los modelos de optimización estática e implica que el comportamiento de los agentes en un periodo está ligado a la valoración de los costos y beneficios que podrían recaer sobre ellos en el futuro.

Un predecesor de los modelos de equilibrio general con optimización dinámica es el modelo Ramsey-Cass-Koopmans, planteado originalmente en Ramsey (1928) y ampliado por Cass y Koopmans en los años 60. Este modelo presenta una caracterización sencilla del crecimiento económico impulsado por la acumulación de capital fruto del ahorro de los hogares, quienes buscaban maximizar su utilidad a través del tiempo. Posteriormente, Lucas y Prescott (1971) y Lucas (1972) integraron la optimización dinámica al estudio de la inversión y de la política monetaria, si bien con un enfoque de equilibrio parcial. Kydland y Prescott (1982) introdujeron el primer modelo de equilibrio general dinámico microfundamentado, estudiando los ciclos económicos. De este modelo se desprendieron una gran cantidad de trabajos que han moldeado la macroeconomía moderna.

Un aspecto crucial de los modelos de optimización dinámica es que hacen necesario especificar qué conocimiento tienen los agentes acerca de valores futuros de variables que no están bajo su control, como por ejemplo los precios de los bienes que adquieren. Hay varias maneras de modelar este conocimiento. Algunos modelos incluyen choques aleatorios exógenos sobre variables futuras, cuyas realizaciones no son conocidas de antemano por los agentes. En estos modelos la información que los agentes tienen de estas variables necesariamente es aproximada y se materializa en expectativas, lo que hace necesario especificar cómo se forman éstas. En los últimos 30 años la manera más común de modelar las expectativas es mediante el supuesto de ‘expectativas racionales’,

introducido por Muth (1961). Este consiste en postular que los agentes conocen la estructura de la economía en que se encuentran y los valores de sus parámetros, de manera que forman sus expectativas sobre alguna variable de interés como su esperanza matemática. Cuando no hay choques aleatorios, el supuesto de expectativas racionales se reduce a que los agentes pronostican perfectamente las variables de interés; en este caso, se trata de un modelo de *previsión perfecta*.

Los modelos de equilibrio general dinámicos con choques aleatorios se conocen como modelos DSGE, por sus siglas en inglés. Desde el artículo de Kydland y Prescott de 1982, estos modelos se han convertido paulatinamente en el estándar de la investigación en teoría macroeconómica. Dicho artículo seminal presentó un modelo con equilibrio competitivo que, una vez calibrados sus parámetros, reproducía con éxito las fluctuaciones observadas en la economía estadounidense entre 1950 y 1979. Otros modelos DSGE tempranos fueron construidos por Long y Plosser (1983), y Prescott (1986), con metodologías y resultados similares. Paralelamente, Rotemberg (1982a, 1982b) y Calvo (1983), entre otros, desarrollaron modelos DSGE que incorporaban rigideces de precios, las cuales lograban replicar algunos hechos estilizados con mayor precisión (Slanicay, 2014).

Los modelos DSGE pueden clasificarse en dos categorías principales. Una corresponde a los modelos de ciclo real de negocios, o RBC por sus siglas en inglés. El rasgo central de los modelos RBC es que suponen que la economía opera bajo competencia perfecta, sin rigidices nominales. La consecuencia de ello es que los ciclos de negocios son el resultado de ajustes óptimos de la economía ante choques tecnológicos, principalmente. Por tanto, no hay un papel para las políticas fiscal y monetaria en la estabilización de la economía. Por otro lado, los modelos DSGE que incorporan competencia imperfecta y rigideces de precios se denominan neokeynesianos, o NK. Los trabajos de Calvo y Rotemberg mencionados arriba fueron pioneros en este tipo de modelos, los cuales permiten modelar el desempleo y los ciclos económicos como resultado de choques de demanda, choques que pueden ser contrarrestados y suavizados mediante la intervención de la autoridad económica.

Hay distintas formas de introducir rigideces de precios en los modelos NK. El método de Calvo, todavía muy utilizado, consiste en suponer que los precios fijados por empresas en competencia imperfecta no pueden ser ajustados a todo momento. Las firmas fijan precios teniendo en cuenta no solo su demanda actual, sino también sus expectativas de inflación en periodos futuros, de modo que los precios que fijan en el presente sean adecuados incluso en la eventualidad de que no sea posible ajustarlos en algunos periodos futuros. Esta relación se manifiesta en la Curva de Phillips ampliada con expectativas, ecuación recurrente en modelos NK y que rescata en alguna medida la teoría keynesiana de mediados del siglo XX. Otros enfoques para modelar rigideces nominales en modelos NK vienen de Rotemberg (1982a, 1982b) quien supone que los cambios de precios son costosos para las firmas, y de Mankiw y Reis (2002), quienes suponen que la información sobre las

condiciones de demanda demora en transmitirse a todas las empresas, por lo cual éstas actualizan precios con un rezago.

Aunque en un principio los modelos DSGE se desarrollaron en el ámbito de la investigación teórica en universidades, paulatinamente han sido adaptados para estudios aplicados. En particular, en los últimos 20 años se han calibrado varios modelos DSGE en los bancos centrales alrededor del mundo. Dos ejemplos sobresalientes a este respecto son el modelo de Smets y Wouters (2007) utilizado por el Banco Central Europeo para estudiar la economía estadounidense y el de Christiano, Evans, y Eichenbaum (2005) para la Reserva Federal de EE.UU.

La utilización de modelos DSGE para llevar a cabo estudios de carácter empírico ha hecho necesario desarrollar métodos para calibrar o estimar sus parámetros. Temprano en la historia de los modelos DSGE se llevaron a cabo ejercicios de calibración sencillos, que consistían en escoger valores plausibles de los parámetros que permitieran reproducir lo mejor posible el comportamiento observado de la economía (Evans y Honkapohja, 2005). Por otro lado, un método que se desprende naturalmente de la estructura estocástica de los modelos DSGE es la estimación máximo verosímil a partir de series de tiempo observadas. Sin embargo, este enfoque resulta altamente restrictivo en la medida que requiere especificar detalladamente las distribuciones de probabilidad que rigen los choques aleatorios del modelo. Esta inflexibilidad motivó el desarrollo del método generalizado de momentos (GMM, por sus siglas en inglés) introducido por Hansen en 1982 y ampliamente utilizado hasta el día de hoy, que no requiere de una especificación completa de las distribuciones de los choques aleatorios. Más recientemente, con el avance del poder de los computadores, han sido utilizados métodos de estadística bayesiana (en particular, los métodos basados en cadenas de Markov de Monte Carlo) para obtener distribuciones de probabilidad sobre los valores creíbles de los parámetros del modelo, utilizando una creencia previa de los investigadores ajustada por la verosimilitud de los datos observados.

Después de especificar las ecuaciones que describen el comportamiento óptimo de los agentes, el siguiente paso con un modelo DSGE normalmente consiste en hallar sus sendas de equilibrio y, en particular, aquella(s) que respeta(n) las condiciones de transversalidad del modelo y que lleva(n) la economía a un equilibrio de estado estacionario. En ocasiones esto último puede ser complejo por cuanto en la práctica la existencia misma de dichas sendas estables depende de los valores calibrados para los parámetros. El principal uso de los DSGE radica en estimar funciones de impulso-respuesta, las cuales arrojan pronósticos probabilísticos de las variables endógenas ante choques aleatorios exógenos.

III. Los modelos de equilibrio general aplicados al caso colombiano

Modelos de equilibrio general computable

Varios modelos de equilibrio general computable han sido aplicados a Colombia. En la década de 1980, el Departamento Nacional de Planeación (DNP) comenzó a utilizarlos para evaluar los impactos de diferentes políticas públicas. Desde entonces, ha habido un gran número de trabajos que construyen una SAM y calibran modelos CGE con base en ella (Lora, 1989; Lora y Herrera, 1994; Bussolo y Correa, 1998; Corredor y Pardo, 2008; Argüello, 2011; y Céspedes, 2011, entre otros). Hoy por hoy, el uso de modelos CGE en Colombia se concentra en el DNP, FEDESARROLLO y el Banco de la República (BdR). Algunos de los modelos de FEDESARROLLO y del DNP son muy similares ya que provienen de proyectos de investigación conjuntos en asocio con el Banco Mundial.

En la actualidad, FEDESARROLLO cuenta con dos modelos CGE para evaluar distintos choques y/o decisiones de política pública.³ Uno de ellos está basado en una SAM construida directamente a partir de los balances de oferta-utilización publicados anualmente por el DANE y cuenta con 23 sectores económicos en su versión más reciente. Este modelo supone que el sector agropecuario opera bajo competencia perfecta mientras que la industria y los servicios funcionan bajo competencia monopolística. Adicionalmente, el sector petrolero obtiene rentas que son inducidas por un precio fijo, exógeno a la economía colombiana. Además de emplear una canasta de consumo intermedio, cada sector genera demandas de cuatro tipos de trabajo según su tecnología de producción (trabajo urbano y rural, calificado y no calificado) y de un capital específico al sector. La producción nacional se destina para exportaciones y para el mercado nacional. Este último se combina con importaciones para producir un bien compuesto para el consumo final interno. El valor agregado, visto como las remuneraciones a los factores y los impuestos indirectos, es apropiado por un hogar representativo, por el gobierno y por el resto del mundo. Los hogares y el gobierno se hacen transferencias entre sí (básicamente, impuestos directos y subsidios) y destinan su ingreso disponible a demandas finales. El equilibrio $I=S$ se garantiza a través de la selección de un cierre macroeconómico, fijando exógenamente bien sea la inversión doméstica (pública y privada), el ahorro externo, o el déficit fiscal.

El segundo modelo CGE de FEDESARROLLO, cuya estructura conceptual viene de Bussolo y Correa (1998), está basado en una SAM con informalidad, elaborada por Céspedes (2011) para el 2007. Este modelo es similar al anterior, salvo por dos

³ Recientemente, han sido utilizados, entre otros, por Villar *et al.* (2014) para analizar el impacto de distintas sendas de producción y precios de hidrocarburos; por Castro (2013) para analizar el impacto macroeconómico y sectorial de la modernización de la refinería de Barrancabermeja; por Martínez y Malagón (2014) para estudiar la influencia del puerto de Cartagena; y por Gómez y Steiner (2015) para estudiar los impactos de la reforma tributaria de 2012 sobre el crecimiento económico.

modificaciones importantes. En primer lugar, distingue entre actividades productivas formales e informales, lo que resulta en un total de 36 actividades productivas (23 formales y 13 informales). Las informales, además de contar con tecnologías de producción diferentes a las de sus contrapartes formales, no pagan impuestos ni hacen contribuciones a la seguridad social. Las actividades formales e informales conforman dos segmentos del mercado laboral, con movilidad imperfecta de trabajadores. Así, los cuatro tipos de trabajadores de este modelo (jóvenes y viejos, calificados y no calificados) deben decidir si ofrecer su trabajo en el segmento formal o en el informal. El segmento formal se diferencia del informal en que incluye un salario mínimo, que genera desempleo en equilibrio. Para modelar la oferta laboral en cada uno de estos segmentos, se incluye una ecuación, inspirada en el modelo Harris-Todaro de migración rural-urbana, que determina la formalización laboral en función de la relación entre los salarios esperados en cada segmento.

Los modelos de FEDESARROLLO se utilizan para analizar impactos económicos esperados a través de varios años. Teniendo en cuenta que son de carácter estático, lo anterior se logra mediante una sucesión de simulaciones que arrojan un equilibrio para cada año en el periodo de estudio. Para ello se hacen supuestos sobre el crecimiento anual de las dotaciones de factores, la productividad total en cada industria, el precio del petróleo, y otros parámetros o variables exógenas. Como se explicó anteriormente, esto no hace que estos modelos sean dinámicos, puesto que las decisiones de los agentes en un determinado año no incorporan los costos y beneficios que obtendrán en periodos futuros. Así, por ejemplo, al no contar con una restricción presupuestal intertemporal explícitamente modelada, el gobierno puede endeudarse a su antojo en cada periodo (cuando la especificación del cierre macroeconómico lo permite), generando sendas poco realistas para el déficit fiscal. Del mismo modo, la inversión privada puede comportarse de manera extraña, dado que no depende de factores que afectan las expectativas respecto a su rentabilidad futura.

Por su parte, el DNP cuenta con varios modelos CGE diseñados para satisfacer diversos propósitos. Destacamos el modelo MACEPES, diseñado por Cicowiez y Sánchez (2009) para la CEPAL. El funcionamiento de este modelo es similar a los de FEDESARROLLO. Su contribución radica en que desagrega las finanzas del gobierno central y de las instituciones públicas que prestan servicios de seguridad social y cuyos ingresos están compuestos de aportes de destinación específica hechos por el sector privado.

Finalmente, el BdR cuenta con un modelo CGE desarrollado por Velasco y Cárdenas (2015), el cual es utilizado para apoyar los ejercicios cuantitativos que buscan esclarecer los impactos de choques sobre la economía. La estructura de este modelo es más sencilla que aquella de los modelos del DNP y de FEDESARROLLO, puesto que solamente considera mercados para un bien agregado y, por tanto, no abarca los encadenamientos entre sectores. Esta configuración parsimoniosa es suficiente para el análisis a nivel agregado que suelen

efectuar los bancos centrales, que usualmente no requiere información detallada a nivel sectorial. Sus autores muestran que es una herramienta útil para pronósticos a un horizonte de un año del PIB, el consumo privado y la inversión, utilizando información sobre los choques exógenos relevantes.

Modelos de equilibrio general dinámico-estocástico

En Colombia la mayoría de trabajos con modelos dinámicos se han llevado a cabo en el BdR. Hoy por hoy, el principal modelo DSGE del BdR es el PATACON (*Policy Analysis Tool Adapted to Colombian Needs*) (González *et al.*, 2011). Los orígenes de este modelo se encuentran en los trabajos de Parra (2008), Mahadeva y Parra (2008), Bonaldi *et al.* (2009) y Bonaldi (2010). El PATACON concibe la producción de bienes en varias etapas, incluyendo un conjunto de firmas que producen servicios de distribución (buscando representar los altos costos de transporte en la economía colombiana); un conjunto de firmas en competencia monopolística que producen todo el valor agregado doméstico y que forman precios a la manera de Calvo; y un conjunto de firmas que transforman este valor agregado en bienes de consumo doméstico, de inversión o en exportaciones. De este modo, si bien el modelo incluye varios tipos de bienes, no modela los encadenamientos sectoriales que son el fundamento de los modelos CGE.

El PATACON incorpora hogares que eligen una canasta de consumo de bienes (domésticos e importados) para maximizar su utilidad intertemporal, con la posibilidad de tomar préstamos en un mercado de crédito internacional y de comprar aseguramiento contra contingencias. A su vez, los hogares ofrecen varios tipos de trabajo diferenciado, que luego son utilizados por una firma que demanda un factor trabajo agregado, el cual sirve de factor productivo a las firmas que producen valor agregado. Cada hogar fija su salario en competencia monopolística, a la manera de Calvo. En este modelo, la tasa de desempleo es exógena y fija, de manera que la oferta laboral es una proporción constante de la población económicamente activa. Evidentemente, el PATACON incluye rigideces que otorgan un importante papel a la política monetaria, la cual sigue una regla sencilla que busca estabilizar la inflación y la brecha de producto.

Otros modelos DSGE desarrollados en el BdR son, por ejemplo, el de López *et al.* (2008), que introduce fricciones financieras para analizar los ciclos económicos, y con el cual los autores concluyen que los efectos de hoja de balance fueron un componente importante de dichos ciclos. A su vez, Pérez (2009) analiza los efectos de la política monetaria sobre la estabilidad financiera con un modelo DSGE con incumplimiento de pago endógeno y un requerimiento de provisiones para los bancos.

Un modelo muy utilizado en el BdR es el FISCO (Rincón *et al.*, 2014). Esta trata más explícitamente que el PATACON el papel de las autoridades fiscales y monetarias, incluyendo al banco central y al gobierno central como agentes independientes. En el

modelo FISCO, el banco central ajusta la tasa de interés para lograr una meta de inflación, mientras que el gobierno busca un determinado balance fiscal estructural, ajustando sus ingresos y gastos para lograrlo. Más allá de esto, FISCO incluye un conjunto de hogares que optimizan dinámicamente y suavizan su consumo mediante su participación en el mercado financiero y su inversión en bienes de capital, y otro conjunto de hogares que enfrentan un problema estático y maximizan su utilidad sin consideración de costos o beneficios futuros.

En la versión del PATACON en González *et al.* (2011), no hay un tratamiento endógeno del desempleo ni de los mercados financieros nacionales, ni del gobierno central. En años recientes ha habido esfuerzos en el BdR que apuntan a abordar estos aspectos (Bustamante, 2011).

En comparación con los modelos CGE, los DSGE del BdR son superiores en el sentido de incorporar consideraciones sobre costos y beneficios futuros en la toma de decisiones de los agentes. Esto permite simular trayectorias más realistas de variables relacionadas, entre otras, con la formación de capital y el endeudamiento. Su debilidad frente a los modelos CGE radica en que su estructura sectorial es muy pobre. En particular, no conciben a la producción como un proceso que ocurre en sectores económicos con interdependencias horizontales, como sí sucede en los modelos CGE. La consecuencia de ello es que los DSGE no son útiles para analizar la asignación de recursos entre actividades productivas ni la influencia que tiene cada sector en el desempeño económico agregado. Estas limitaciones motivan la construcción del modelo que se desarrolla en el presente trabajo.

Capítulo 2: El modelo

Desarrollamos un modelo híbrido de una economía abierta y pequeña que combina elementos de los modelos de ciclos económicos reales en el lado de la oferta y elementos de los modelos nekeynesianos, como rigideces en la formación de precios, entre otros. La economía está habitada por un continuum de familias heterogéneas (Ricardianas y no-Ricardianas), como en Galí et al. (2004 y 2007); por firmas que operan en competencia perfecta en los mercados de factores y en ciertos mercados de bienes y en competencia monopolística en otros; por una autoridad monetaria encargada de fijar la tasa de interés; y por un sector gobierno que provee servicios corrientes, recauda impuestos distorsionarios y emite deuda en los mercados de capitales. Los agentes tienen previsión perfecta sobre la trayectoria futura de todas las variables exógenas y sobre la evolución de la economía agregada. Las políticas públicas se definen en términos de trayectorias exógenas o determinísticas a través del tiempo -lo que aquí llamamos política económica discrecional- y no en términos de respuestas automáticas ante cambios en el estado de la economía a través de reglas (“feedback rules”), como es la práctica usual en la literatura.

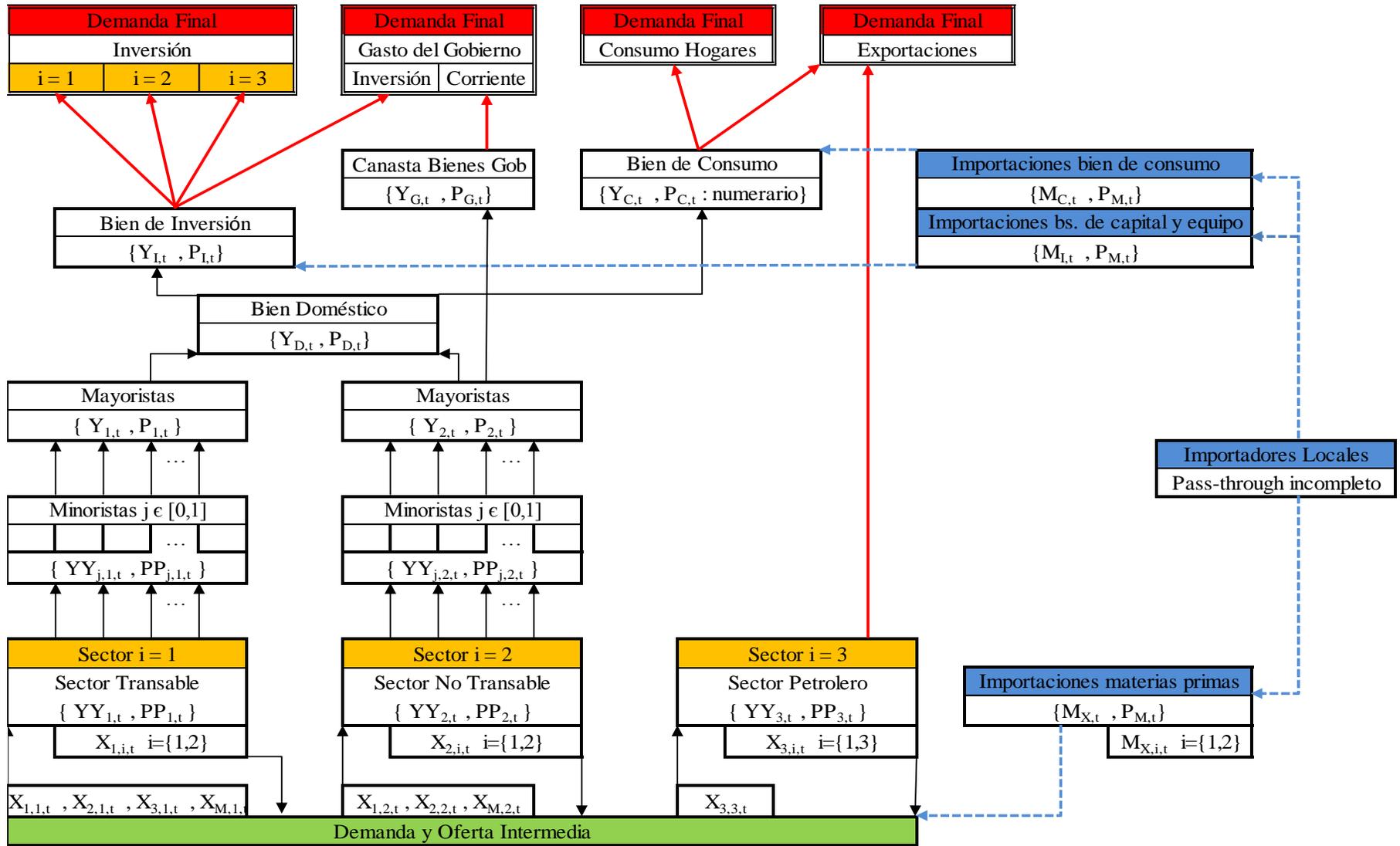
A continuación, describimos las decisiones que enfrentan cada uno de los agentes, sus restricciones, las características de los mercados de bienes y factores, la formación de precios, las posibles acciones de política y las condiciones de equilibrio. La compleja interacción entre mercados, industrias, agentes y acciones de política es capturada por la propiedad de equilibrio general del modelo.

I. Sectores productivos

Comenzamos con la descripción del lado de la oferta. La Figura 1 muestra el tránsito de los distintos bienes que se producen en la economía desde la producción primaria y el consumo intermedio en la parte baja de la figura, hasta su uso final como bien de consumo, de inversión o de exportación, en la parte superior. A lo largo de ese trayecto los bienes experimentan varias transformaciones. Se combinan en procesos productivos con bienes importados, se transan en sus correspondientes mercados y las cantidades ofrecidas y demandas, ya sea de insumos o productos, se equilibran a los precios determinados en el equilibrio general de la economía. Para facilitar la exposición, la descripción del lado de la oferta del modelo sigue el flujo de bienes descrito en la figura.

La primera capa de producción y transacciones despliega la producción básica de bienes en tres sectores productivos. De acuerdo con la tecnología disponible, los distintos sectores contratan factores primarios, capital privado y trabajo, y consumen materias primas producidas domésticamente e importadas. El capital público, en la forma de infraestructura, aumenta la productividad total de los factores del sector privado.

FIGURA 1: Flujo de bienes en el modelo de la economía colombiana



Existen tres sectores productivos $i, i = \{1,2,3\}$:

$$i = \begin{cases} 1: \text{Sector transable no petrolero con producción } YY_{1,t} \text{ y precio } PP_{1,t} \\ 2: \text{Sector no transable } (YY_{2,t}, PP_{2,t}) \\ 3: \text{Sector transable petrolero } (YY_{3,t}, PP_{3,t}) \end{cases}$$

Cada sector i tiene una función de producción de Leontief, o función de producción de proporciones fijas, con retornos constantes a escala:

$$YY_{i,t} = \min \left[\mathbb{A}_t^i A_i K_{G,t-1}^\theta K_{i,t-1}^{\alpha_i} (\gamma^t n_{i,t})^{1-\alpha_i}, \frac{X_{1,i,t}}{\chi_{1i}}, \frac{X_{2,i,t}}{\chi_{2i}}, \frac{X_{3,i,t}}{\chi_{3i}}, \frac{M_{i,t}}{\chi_{Mi}} \right] \quad \forall i \quad [1]$$

donde $YY_{i,t}$ representa el producto bruto del sector i . $YY_{i,t}$ es una función separable entre valor agregado e insumos. $X_{1,i,t}, X_{2,i,t}, X_{3,i,t}$ representan los bienes domésticos producidos en los sectores 1, 2 y 3 utilizados en la producción del bien del sector i . $\chi_{1,i}, \chi_{2,i}, \chi_{3,i}$ son parámetros tecnológicos que miden la intensidad en el uso de insumos intermedios en la producción del sector i .

$M_{i,t}$ representa el uso de materias primas importadas y χ_{Mi} determina la cantidad del insumo importado necesario para producir cada unidad del bien i . El componente de valor agregado está dado por la expresión:

$$\mathbb{A}_t^i A_i K_{G,t-1}^\theta K_{i,t-1}^{\alpha_i} (\gamma^t n_{i,t})^{1-\alpha_i} \quad [2]$$

donde $\alpha_i \in (0,1)$. Esta función agrega los factores primarios de producción $K_{i,t-1}$ (capital privado) y $n_{i,t}$ (empleo) en valor agregado. La función de producción de valor agregado es Cobb-Douglas y exhibe rendimientos constantes a escala en los factores primarios privados y cambio técnico aumentador de trabajo a una tasa bruta (1+tasa de crecimiento) constante γ , la cual determina la tasa de crecimiento del PIB por persona en edad de trabajar (población de 15 a 64 años). A_i es un parámetro de escala introducido para asegurar que el tamaño relativo del sector i en el estado estacionario sea consistente con la información de la matriz insumo-producto. La variable de productividad \mathbb{A}_t^i se define de la siguiente forma:

$$\mathbb{A}_t^i = A_t^i A_t \quad [3]$$

donde A_t permite introducir cambios en la productividad agregada de la economía alrededor de su tendencia de largo plazo (γ^t) y A_t^i introduce desviaciones transitorias de la productividad sectorial alrededor de la productividad agregada. Las trayectorias de A_t y A_t^i están dadas exógenamente.

El capital público instalado en la forma de infraestructura física al comienzo del periodo t ($K_{G,t-1}$) eleva la productividad de los factores primarios, como una externalidad o “spillover”, y es tomado como dado por la firma representativa del sector i .

Debido a que no tenemos una buena teoría de la tasa de crecimiento de largo plazo de la productividad, imponemos la condición de que no hay crecimiento endógeno:

$$\alpha_i + \theta < 1 \quad [4]$$

con $\theta \in (0,1)$. Esta condición simplemente dice que hay rendimientos decrecientes a escala en los factores acumulables o reproducibles. Recuerde que es la condición de rendimientos constantes a escala en esos factores la que garantiza la existencia de crecimiento en el largo plazo.

El productor representativo del sector i escoge capital ($K_{i,t-1}$), servicios laborales ($n_{i,t}$), insumos intermedios producidos domésticamente ($X_{1,i,t}, X_{2,i,t}, X_{3,i,t}$), e insumos importados ($M_{i,t}$), con el objetivo de minimizar costos, tomando como dados todos los precios e impuestos. Rendimientos constantes a escala y competencia perfecta aseguran que las ganancias (extraordinarias) sean cero.

Formalmente, los productores resuelven el siguiente problema de optimización,

$$\min P_{C,t} u_{i,t} K_{i,t-1} + P_{C,t} W_{i,t} n_{i,t} + (1 + \tau_{i,t}^X) (\sum_{j=1}^3 P P_{j,t} X_{j,i,t}) + (1 + \tau_{i,t}^{MX}) P_{M,t} M_{i,t} \quad [5]$$

sujeito a:

$$\overline{Y}_{i,t} \geq \min \left[A_t^i A_i K_{G,t-1} K_{i,t-1}^{\alpha_i} (\gamma^t n_{i,t})^{1-\alpha_i}, \frac{X_{1,i,t}}{\chi_{1i}}, \frac{X_{2,i,t}}{\chi_{2i}}, \frac{X_{3,i,t}}{\chi_{3i}}, \frac{M_{i,t}}{\chi_{Mi}} \right] \quad [6]$$

con respecto a: $\{K_{i,t-1}, n_{i,t}, X_{j,i,t}, M_{i,t}\}, j = \{1,2,3\}, \forall t$.

$P_{C,t}$ es el índice nominal de precios del bien de consumo compuesto. La canasta de bienes de consumo será usada como numerario. $P_{M,t}$ es el índice de precios en moneda doméstica de los bienes intermedios importados; $P P_{j,t}$ es el precio al productor del bien producido en el sector j ; $W_{i,t}$ es el salario real, expresado en unidades del bien numerario, pagado por el sector i . $\tau_{i,t}^X$ y $\tau_{i,t}^{MX}$ son las tasas efectivas de tributación que recaen sobre el sector i por usar bienes intermedios domésticos e importados, respectivamente⁴.

El modelo no impone la igualación de salarios a través de todos los sectores; diferencias salariales sectoriales pueden persistir en el largo plazo. $u_{i,t}$ representa el costo real de alquiler de los servicios de capital, los cuales pueden diferir en el corto plazo entre sectores

⁴ Note que el modelo recoge la estructura tributaria colombiana y, en consecuencia, viola el Teorema de Eficiencia Productiva de Diamond y Mirrlees (1971, 1976) según el cual el uso de insumos intermedios no debe estar gravado, aún en el caso en el que la autoridad tributaria solo puede apelar a instrumentos distorsionarios. De la misma forma, el IVA “tipo producto” implementado en el país distorsiona la decisión de inversión al limitar el descuento del impuesto pagado en la adquisición de bienes de capital.

debido a la dificultad para reasignar factores de producción. Sin embargo, las tasas de retorno al capital, netas de impuestos y de depreciación, deben igualarse en el largo plazo.

Las condiciones de primer orden para cada sector i son las siguientes:

$$P_{C,t}u_{i,t} = (PP_{i,t} - (1 + \tau_{i,t}^X) \sum_{j=1}^3 \chi_{ji} PP_{j,t} - \chi_{Mi} (1 + \tau_{i,t}^{MX}) P_{M,t}) \alpha_i \frac{YY_{i,t}}{K_{i,t-1}} \quad [7]$$

$$P_{C,t}W_{i,t} = (PP_{i,t} - (1 + \tau_{i,t}^X) \sum_{j=1}^3 \chi_{ji} PP_{j,t} - \chi_{Mi} (1 + \tau_{i,t}^{MX}) P_{M,t}) (1 - \alpha_i) \frac{YY_{i,t}}{n_{i,t}} \quad [8]$$

$$YY_{i,t} = A_t^i A_i K_{G,t-1}^\theta K_{i,t-1}^{\alpha_i} (\gamma^t n_{i,t})^{1-\alpha_i} \quad [9]$$

$$X_{1,i,t} = \chi_{1i} YY_{i,t} \quad [10]$$

$$X_{2,i,t} = \chi_{2i} YY_{i,t} \quad [11]$$

$$X_{3,i,t} = \chi_{3i} YY_{i,t} \quad [12]$$

$$M_{i,t} = \chi_{Mi} YY_{i,t} \quad [13]$$

Se supone que la Ley del Precio Único se satisface en el sector petróleo ($i = 3$). Su precio en moneda local está dado por:

$$PP_{3,t} = S_t P_t^{*oil} \quad [14]$$

donde S_t representa la tasa de cambio nominal del dólar en términos de pesos y P_t^{*oil} la cotización en dólares del petróleo en el mercado internacional. La evolución del precio externo del petróleo está dada exógenamente.

II. Mayoristas, minoristas e importadores

La segunda capa de actividades de producción y transacciones se desarrolla con el propósito de introducir rigideces nominales de precios. La estructura de transacciones propuesta es estándar en los modelos neokeynesianos modernos. Suponemos que el proceso de formación de precios que se describe a continuación se presenta en todos los sectores productivos, excepto en el sector petrolero ($i = 3$). Posteriormente, lo extenderemos al sector importador.

Nos centramos en el sector i , $i = \{1,2\}$. En el sector i existe un continuum de productores minoristas que interactúan en competencia monopolística. Cada productor produce un bien diferenciado $YY_{j,i,t}$, donde j identifica el tipo de variedad, $j \in [0,1]$. Existe sustitución imperfecta entre variedades dada por una elasticidad de sustitución constante φ y cada productor j ejerce poder de mercado dado por la capacidad de fijar precios por encima del costo marginal. La posibilidad de fijar un precio $PP_{j,i,t}$ por encima del costo marginal da lugar a la existencia de ganancias, las cuales son transferidas a sus propietarios, las familias

(Ricardianas). El monto total de ganancias en el sector i asciende a $\Pi_{i,t}$, el cual es igual a la suma de ganancias de todos los productores que operan en el sector: $\Pi_{i,t} = \int_0^1 \Pi_{j,i,t} dj$, donde $\Pi_{j,i,t}$ corresponde a las ganancias obtenidas por el productor de la variedad j .

En cada sector existe también un productor mayorista encargado de agregar o producir un agregado de la producción de los minoristas que operan en él. El mayorista actúa en competencia perfecta en los mercados de insumos y producto y accede a una tecnología con rendimientos constantes a escala para transformar o agregar bienes diferenciados $YY_{j,i,t}$ en un bien compuesto no diferenciado $Y_{i,t}$.

$$\left[\int_0^1 YY_{j,i,t}^{\frac{\varphi-1}{\varphi}} dj \right]^{\frac{\varphi}{\varphi-1}} \geq Y_{i,t} \quad [15]$$

donde φ mide la elasticidad de sustitución entre variedades. El mayorista resuelve el siguiente problema de optimización:

$$\max_{\{YY_{j,i,t}\}_{j=0}^1} P_{i,t} Y_{i,t} - \int_0^1 PP_{j,i,t} YY_{j,i,t} dj \quad [16]$$

sujeto a [15].

La demanda de cada variedad $j \in [0,1]$ que maximiza las ganancias de la firma agregadora satisface la siguiente condición:

$$YY_{j,i,t} = \left[\frac{PP_{j,i,t}}{P_{i,t}} \right]^{-\varphi} Y_{i,t} \quad [17]$$

donde φ también mide (el valor absoluto de) la elasticidad precio de la demanda para cada variedad j .

La condición de cero ganancias para el mayorista hace que en equilibrio el precio del bien agregado $P_{i,t}$ se defina como un promedio ponderado de los precios de sus insumos $PP_{j,i,t}$, precios fijados por los minoristas:

$$P_{i,t} = \left[\int_0^1 PP_{j,i,t}^{1-\varphi} dj \right]^{\frac{1}{1-\varphi}} \quad [18]$$

El minorista representativo j , por su parte, compra $XX_{j,i,t}$ unidades del bien no diferenciado $YY_{i,t}$ y lo transforma en el bien diferenciado $YY_{j,i,t}$ de acuerdo con la siguiente tecnología lineal con rendimientos constantes a escala:

$$XX_{j,i,t} \geq YY_{j,i,t} \quad [19]$$

El minorista representativo j fija el precio de su variedad $PP_{j,i,t}$ con el propósito de maximizar ganancias. De acuerdo con Rotemberg (1982a), los minoristas tienen libertad de cambiar sus precios cada periodo, pero deben incurrir en un costo asociado con el ajuste de precios. El monto del costo, expresado en términos del valor del bien agregado $P_{i,t}Y_{i,t}$, asciende a:

$$\frac{\xi_i}{2} \left[\frac{PP_{j,i,t}/PP_{j,i,t-1}}{\pi_C} - 1 \right]^2 P_{i,t}Y_{i,t} \quad [20]$$

donde π_C corresponde a la tasa bruta de inflación (1+tasa de inflación) de largo plazo o de estado estacionario, fijada por la autoridad monetaria. Desviaciones de la tasa de inflación en relación con la tasa objetivo del Banco Central es lo que da lugar a costos de ajuste.

Las ganancias del productor minorista de la variedad j son iguales a los ingresos totales netos de costos de insumos y costos de ajuste:

$$\Pi_{j,i,t} = PP_{j,i,t}YY_{j,i,t} - CM_{i,t}YY_{j,i,t} - \frac{\xi_i}{2} \left[\frac{PP_{j,i,t}/PP_{j,i,t-1}}{\pi_C} - 1 \right]^2 P_{i,t}Y_{i,t} \quad [21]$$

donde $CM_{i,t} = PP_{i,t}$ es el costo marginal que enfrentan todos los productores minoristas en el sector i , y no solo el productor j . $CM_{i,t}YY_{j,i,t}$ es la función de costo total del productor j asociada con la tecnología lineal empleada. Formalmente, el productor minorista j escoge una secuencia para $PP_{j,i,t}$ con el objetivo de maximizar el valor de mercado de la firma dado por

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \Omega_t \frac{\Pi_{j,i,t}}{P_{C,t}} \quad [22]$$

sujeto a la función de demanda de la variedad j , ecuación [17], donde $\beta^t \Omega_t$ es el factor de descuento de la familia representativa propietaria, el cual se definirá en una siguiente sección.

Si definimos la tasa bruta de inflación de los precios al mayorista del sector i como $\pi_{i,t} = \frac{P_{i,t}}{P_{i,t-1}}$ y la tasa bruta de inflación total como $\pi_{C,t} = \frac{P_{C,t}}{P_{C,t-1}}$, y si nos enfocamos en el equilibrio simétrico en el que todos los productores minoristas toman las mismas decisiones y, en consecuencia, $PP_{j,i,t} = P_{i,t}$, $YY_{j,i,t} = Y_{i,t}$ y $XX_{j,i,t} = XX_{i,t}$, la condición de primer orden del problema con respecto a $PP_{j,i,t}$ puede escribirse como:

$$P_{i,t} = \left\{ \frac{(\varphi - 1)}{\varphi} + \frac{\xi_i}{\varphi} \left(\frac{\pi_{i,t}}{\pi_c} - 1 \right) \left(\frac{\pi_{i,t}}{\pi_c} \right) - \beta \frac{\xi_i}{\varphi} \frac{\Omega_{t+1}}{\Omega_t} \left(\frac{\pi_{i,t+1}}{\pi_c} - 1 \right) \left(\frac{\pi_{i,t+1}}{\pi_c} \right) \left(\frac{\pi_{i,t+1}}{\pi_{c,t+1}} \right) \left(\frac{Y_{i,t+1}}{Y_{i,t}} \right) \right\}^{-1} PP_{i,t} \quad [23]$$

El precio al mayorista del sector i , $P_{i,t}$, se fija como un mark-up sobre el costo marginal, es decir, $PP_{i,t}$. Si no hay costos de ajuste de precios nominales ($\xi_i = 0$), no hay rigideces de precios y el mark-up será igual a la expresión del libro de texto, $P_{i,t} = \frac{\varphi}{\varphi-1} PP_{i,t}$. La existencia de costos de ajuste vuelve dinámico el proceso de formación de precios, los cuales se ajustarán gradualmente en respuesta a cambios en el costo marginal o en la demanda.

Una estructura similar de transacciones puede diseñarse para determinar los precios domésticos de los bienes importados. *Mutatis mutandis*, el precio de las importaciones $P_{M,t}$ satisface la siguiente ecuación:

$$P_{M,t} = \left\{ \frac{(\varphi - 1)}{\varphi} + \frac{\xi_M}{\varphi} \left(\frac{\pi_{M,t}}{\pi_c} - 1 \right) \left(\frac{\pi_{M,t}}{\pi_c} \right) - \beta \frac{\xi_M}{\varphi} \frac{\Omega_{t+1}}{\Omega_t} \left(\frac{\pi_{M,t+1}}{\pi_c} - 1 \right) \left(\frac{\pi_{M,t+1}}{\pi_c} \right) \left(\frac{\pi_{M,t+1}}{\pi_{c,t+1}} \right) \left(\frac{M_{t+1}}{M_t} \right) \right\}^{-1} (S_t P_{M,t}^*) \quad [24]$$

donde $\pi_{M,t} = \frac{P_{M,t}}{P_{M,t-1}}$ es la tasa bruta de inflación de los bienes importados, y M_t representa las importaciones totales de bienes. Ninguna distinción se hace entre los precios de los distintos bienes importados (consumo, capital y materias primas), aunque el modelo considera los tres tipos de importaciones. El precio doméstico de los bienes importados se determina como un mark-up sobre el costo marginal, este último dado por el producto de la tasa de cambio nominal y el precio externo de los bienes importados; es decir, $S_t P_{M,t}^*$. La existencia de costos de ajuste hace que no haya un “pass-through” completo de la tasa de cambio nominal a los precios domésticos de los bienes importados.

III. El bien doméstico

En la siguiente capa de actividad se produce el bien doméstico $Y_{D,t}$ a partir del bien transable (no petrolero) y del bien no transable. Posteriormente, el bien doméstico se utiliza como insumo, en combinación con bienes importados, en la producción de los bienes finales de consumo e inversión. La función de producción es del tipo CES:

$$Y_{D,t} = A_D \left[(\mu_D)^{\frac{1}{\omega_D}} (Z_{1,t})^{\frac{\omega_D-1}{\omega_D}} + (1 - \mu_D)^{\frac{1}{\omega_D}} (Z_{2,t})^{\frac{\omega_D-1}{\omega_D}} \right]^{\frac{\omega_D}{\omega_D-1}} \quad [25]$$

que agrega $Z_{1,t}$, el insumo transable no petrolero, y $Z_{2,t}$, el bien no transable, para producir $Y_{D,t}$.

La firma escoge $Z_{1,t}$ y $Z_{2,t}$ con el propósito de maximizar ganancias.

$$\max_{\{Z_{1,t}, Z_{2,t}\}} P_{D,t} Y_{D,t} - P_{1,t} Z_{1,t} - P_{2,t} Z_{2,t} \quad [26]$$

sujeto a: [25]

De las condiciones de primer orden obtenemos las demandas óptimas de insumos como funciones de los precios relativos y de una variable de escala:

$$Z_{1,t} = \mu_D A_D^{\omega_D - 1} \left[\frac{P_{1,t}}{P_{D,t}} \right]^{-\omega_D} Y_{D,t} \quad [27]$$

$$Z_{2,t} = (1 - \mu_D) A_D^{\omega_D - 1} \left[\frac{P_{2,t}}{P_{D,t}} \right]^{-\omega_D} Y_{D,t} \quad [28]$$

Si reemplazamos las funciones de demanda de insumos $Z_{1,t}$ y $Z_{2,t}$ en la condición de cero ganancias –recordemos que la firma productora del bien doméstico actúa en mercados de insumos y producto en competencia perfecta y que su tecnología exhibe rendimientos constantes a escala- obtenemos una expresión para el precio del bien doméstico como un agregado de los precios $P_{1,t}$ y $P_{2,t}$:

$$P_{D,t} = A_D^{-1} \left[\mu_D (P_{1,t})^{1-\omega_D} + (1 - \mu_D) (P_{2,t})^{1-\omega_D} \right]^{\frac{1}{1-\omega_D}} \quad [29]$$

IV. El bien de inversión

El bien de inversión resulta de la combinación del bien doméstico $D_{I,t}$ y de las importaciones de bienes de capital y equipo $M_{I,t}$ en una función de producción con elasticidad de sustitución constante conocida como Agregador de Armington:

$$Y_{I,t} = A_I \left[(\mu_I)^{\frac{1}{\omega_I}} (D_{I,t})^{\frac{\omega_I - 1}{\omega_I}} + (1 - \mu_I)^{\frac{1}{\omega_I}} (M_{I,t})^{\frac{\omega_I - 1}{\omega_I}} \right]^{\frac{\omega_I}{\omega_I - 1}} \quad [30]$$

El problema de maximización de la firma productora del bien de inversión es:

$$\max_{\{D_{I,t}, M_{I,t}\}} P_{I,t} Y_{I,t} - P_{D,t} D_{I,t} - (1 + \tau_{I,t}^M) P_{M,t} M_{I,t} \quad [31]$$

sujeto a: [30]

Las importaciones de bienes de capital $M_{I,t}$ están sujetas a aranceles $\tau_{I,t}^M$. Las demandas de insumos que resuelven el problema de maximización de utilidades son las siguientes:

$$D_{I,t} = \mu_I A_I \omega_I^{-1} \left[\frac{P_{D,t}}{P_{I,t}} \right]^{-\omega_I} Y_{I,t} \quad [32]$$

$$M_{I,t} = (1 - \mu_I) A_I \omega_I^{-1} \left[\frac{(1 + \tau_{I,t}^M) P_{M,t}}{P_{I,t}} \right]^{-\omega_I} Y_{I,t} \quad [33]$$

El precio del bien de inversión viene dado por la siguiente expresión:

$$P_{I,t} = A_I^{-1} \left[\mu_I (P_{D,t})^{1-\omega_I} + (1 - \mu_I) \left((1 + \tau_{I,t}^M) P_{M,t} \right)^{1-\omega_I} \right]^{\frac{1}{1-\omega_I}} \quad [34]$$

V. La firma productora del bien de consumo

La firma productora del bien de consumo también utiliza un Agregador de Armington que combina el bien doméstico $D_{C,t}$ con bienes de consumo importados $M_{C,t}$ para producir la canasta de bienes de consumo $Y_{C,t}$. Esta es la canasta de bienes usada como numerario:

$$Y_{C,t} = A_C \left[(\mu_C)^{\frac{1}{\omega_C}} (D_{C,t})^{\frac{\omega_C-1}{\omega_C}} + (1 - \mu_C)^{\frac{1}{\omega_C}} (M_{C,t})^{\frac{\omega_C-1}{\omega_C}} \right]^{\frac{\omega_C}{\omega_C-1}} \quad [35]$$

donde ω_C es la elasticidad precio de la demanda de insumos utilizados en la producción del bien de consumo.

Las decisiones óptimas de la firma son:

$$D_{C,t} = \mu_C A_C \omega_C^{-1} \left[\frac{P_{D,t}}{P_{C,t}} \right]^{-\omega_C} Y_{C,t} \quad [36]$$

$$M_{C,t} = (1 - \mu_C) A_C \omega_C^{-1} \left[\frac{(1 + \tau_{C,t}^M) P_{M,t}}{P_{C,t}} \right]^{-\omega_C} Y_{C,t} \quad [37]$$

donde las importaciones del bien de consumo están sujetas a un arancel ad-valorem $\tau_{C,t}^M$.

El precio de la canasta de bienes de consumo se construye como el agregado de precios de bienes producidos domésticamente e importados

$$P_{C,t} = A_C^{-1} \left[\mu_C (P_{D,t})^{1-\omega_C} + (1 - \mu_C) \left((1 + \tau_{C,t}^M) P_{M,t} \right)^{1-\omega_C} \right]^{\frac{1}{1-\omega_C}} \quad [38]$$

VI. La firma productora del bien de consumo del gobierno

La firma productora del bien que consume el gobierno utiliza exclusivamente insumos del sector no transable en una tecnología lineal

$$Y_{G,t} = A_G Z_{G,t} \quad [39]$$

Su problema de optimización es

$$\max_{\{Z_{G,t}\}} P_{G,t} Y_{G,t} - P_{2,t} Z_{G,t} \quad [40]$$

Lo que implica la siguiente relación entre costo e ingreso marginal:

$$P_{G,t} = \frac{P_{2,t}}{A_G} \quad [41]$$

VII. El lado de la demanda

El número total de familias es normalizado a la unidad. Siguiendo a Galí, López-Salido y Vallés (2004 y 2007) una fracción constante $1 - \lambda$ de ellas, $0 < 1 - \lambda < 1$, son del tipo Ricardiano; el resto, λ , son familias con acceso limitado al mercado de capitales. Las familias Ricardianas, identificadas por el superíndice O , tienen acceso a los mercados de bonos doméstico e internacional para ahorrar y pedir prestado, tienen acceso al mercado de capital físico y resuelven un problema intertemporal de optimización. Las familias restringidas, identificadas aquí por el superíndice NO , en la versión frecuentemente presentada en la literatura no acumulan activos ni suavizan su patrón de consumo. Por consiguiente, maximizan los beneficios de un problema estático y no de uno intertemporal.

Familias no-Ricardianas (NO)

La literatura existente ha modelado una versión extrema del comportamiento no-Ricardiano, el cual se limita a seguir la regla práctica (“*rule of thumb*”) de consumir la totalidad del ingreso laboral. Aquí proponemos un enfoque alternativo. En nuestra versión desarrollamos la idea de Hall (2011) según la cual los gastos de las familias incluyen no solo gastos de consumo sino también el pago de intereses asociado con un nivel limitado de endeudamiento.

La restricción presupuestal de la familia tipo NO está dada por la siguiente ecuación:

$$P_{C,t} C_t^{NO} + q^{NO} R_{t-1} P_{C,t-1} L_{t-1} = P_{C,t} \left(\sum_{i=1}^3 W_{i,t} h_{i,t}^{NO} \right) + \gamma P_{C,t} L_t + T_t^{NO} \quad [42]$$

$P_{c,t}C_t^{NO}$ es el gasto nominal en el bien de consumo compuesto. En nuestra versión de la familia NO es posible un nivel bajo de endeudamiento (L_t). $q^{NO}R_t$ es la tasa bruta de interés nominal que conlleva la deuda y q^{NO} es el factor de sobre costo que pagan las familias por encima de la tasa de interés de mercado. $P_{c,t}(\sum_{i=1}^3 W_{i,t}h_{i,t}^{NO})$ es el ingreso laboral nominal que proviene de la prestación de servicios de trabajo en cada uno de los tres sectores productivos de la economía. T_t^{NO} representa transferencias nominales recibidas del gobierno.

El prestamista fija un monto máximo de préstamo en cada periodo y las familias siempre usan al límite el cupo endeudamiento. El prestamista puede ser pensado como un banco que intermedia recursos entre familias NO y O en competencia y con cero costos de intermediación, o como las familias O que le prestan directamente a las NO a la tasa de interés de mercado.

Ordenando términos,

$$P_{c,t}C_t^{NO} = P_{c,t} \left(\sum_{i=1}^3 W_{i,t}h_{i,t}^{NO} \right) + \left[\gamma \frac{L_t}{L_{t-1}} - \frac{q^{NO}R_{t-1}}{\pi_{c,t}} \right] P_{c,t}L_{t-1} + T_t^{NO} \quad [43]$$

Donde L_t es el monto real de préstamos. Si definimos el nivel de endeudamiento o apalancamiento de la familia como ℓ_t , es decir, como la relación entre deuda real e ingreso real, las dos variables se relacionan de la siguiente forma:

$$L_t = \ell_t \left(\sum_{i=1}^3 W_{i,t}h_{i,t}^{NO} \right) \quad [44]$$

Si suponemos, además, que el cupo de endeudamiento crece a una tasa bruta real exógena $\gamma_{L,t}$, $\gamma_{L,t} = L_{t+1}/L_t$, entonces la restricción presupuestal de la familia NO puede reescribirse de la siguiente forma:

$$C_t^{NO} = \left(\sum_{i=1}^3 W_{i,t}h_{i,t}^{NO} \right) + \left(g_t^L - \frac{q^{NO}R_{t-1}}{\pi_{c,t}} \right) \ell_{t-1} \left(\sum_{i=1}^3 W_{i,t-1}h_{i,t-1}^{NO} \right) + \frac{T_t^{NO}}{P_{c,t}} \quad [45]$$

y ℓ_t debe satisfacer la siguiente ley de movimiento:

$$\ell_t = \ell_{t-1} \gamma_{L,t} \left[\frac{\sum_{i=1}^3 W_{i,t-1}h_{i,t-1}^{NO}}{\sum_{i=1}^3 W_{i,t}h_{i,t}^{NO}} \right] \quad [46]$$

Un aumento en la tasa de interés incrementa el servicio de la deuda y, en consecuencia, disminuye el volumen de recursos que las familias tienen a su disposición para consumir bienes no durables; es decir, afecta directamente la demanda agregada. Este canal hace que

la tasa de interés sea contracíclica, como sugiere la evidencia empírica para países emergentes (Neumeyer y Perri, 2005; Uribe y Yue, 2006)⁵.

Un mayor nivel de endeudamiento de las familias ($\ell_t \uparrow$) puede tener un efecto expansivo o contractivo sobre la demanda agregada dependiendo de la relación entre la tasa de crecimiento real del crédito dirigido a las familias y la tasa de interés real. En una coyuntura de elevadas tasas de interés ($\frac{g^{NO} R_t}{\pi_{C,t+1}} > g_{L,t+1}$), un mayor nivel de endeudamiento puede reducir el gasto agregado de las familias *NO*.

Suponemos que cuando la familia *NO* escoje la oferta de horas de trabajo, no internaliza el efecto que ello tendría sobre el otorgamiento de préstamos.

Note que las familias *NO* no pagan impuestos⁶. La familia obtiene utilidad del consumo del bien no durable C_t^{NO} y del ocio. La función de utilidad que busca maximizar es

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left\{ \log \left(C_t^{NO} - \frac{\gamma^t \sum_{i=1}^3 \psi_i^{NO} (h_{i,t}^{NO})^{1+\varepsilon}}{1 + \varepsilon} \right) \right\} \quad [47]$$

donde $\varepsilon > 0$ representa el inverso de la elasticidad (Frisch) de la oferta de trabajo. $\beta \in (0,1)$ es el factor subjetivo de descuento y $\psi_i^{NO} \in (0, \infty)$, $i = \{1,2,3\}$, es un parámetro que mide el grado de la desutilidad de trabajar en el sector i . Estas son preferencias del tipo GHH (Greenwood, Hercowitz y Huffman, 1988) que implican que la oferta de trabajo solo depende del salario real neto.

Las siguientes son las condiciones de primer orden asociadas con el problema de maximización de la familia típica *NO* para la escogencia óptima de oferta de trabajo en todos los sectores productivos $h_{i,t}^{NO}$, $i = \{1,2,3\}$,

$$\gamma^t \psi_i^{NO} (h_{i,t}^{NO})^\varepsilon = W_{i,t} \quad \forall i \quad [48]$$

⁵ En contraste, un importante volumen de la literatura logra este mismo efecto, pero a través del lado de la oferta, con la introducción de una restricción de capital de trabajo, en donde las firmas requieren endeudarse para financiar el pago de sus costos de nómina (Christiano y Eichenbaum, 1992; Neumeyer y Perri, 2005).

⁶ De acuerdo con el informe de diciembre de 2015 de la Comisión de Expertos para la Equidad y la Competitividad Tributaria, solo 1'819.652 personas, el 8% de la población ocupada de acuerdo con el DNP, paga impuesto de renta. Se supone que las familias *NO* tampoco pagan IVA. Según el mismo informe, los bienes de primera necesidad (alimentos y medicamentos) y los servicios sociales (educación, salud, agricultura, servicios públicos, transporte, etc.) están excluidos del impuesto. Cerca del 50% de los productos no están cubiertos por el régimen de IVA. Tampoco están sujetos al IVA la venta de bienes inmuebles y el pago de intereses.

Familias Ricardianas (O)

La familia Ricardiana típica recibe utilidad del consumo de bienes no durables C_t^O y desutilidad por trabajar en cada uno de los sectores productivos $h_{i,t}^O$, $i = \{1,2,3\}$. Suponemos que las funciones de utilidad de los agentes Ricardianos y no-Ricardianos se diferencian en las ponderaciones de la desutilidad del trabajo sectorial:

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left\{ \log \left(C_t^O - \gamma \zeta C_{t-1}^O - \frac{\gamma^t \sum_{i=1}^3 \psi_i^O (h_{i,t}^O)^{1+\varepsilon}}{1+\varepsilon} \right) \right\} \quad [49]$$

Adicionalmente, las preferencias incluyen persistencia de hábitos o formación de hábitos, donde ζ mide la intensidad en la formación de hábitos. Abusando un tanto de la notación, pero para simplificar el problema de optimización, suponemos que los hábitos son externos, es decir, el agente obtiene utilidad de comparar el consumo de hoy con el consumo promedio de todos los agentes Ricardianos en el periodo anterior. El agente Ricardiano emite deuda en moneda extranjera (D_t^{*O}) a la tasa bruta nominal R_t^W y compra bonos locales del gobierno (B_t^O) a la tasa (bruta) nominal R_t . Además, ofrece trabajo en un mercado laboral competitivo en cada sector de la economía ($h_{i,t}^O$) a cambio de un salario real $W_{i,t}$, expresado en unidades del bien de consumo compuesto. También posee un stock de capital específico en cada sector $K_{i,t}^O$, $i = \{1,2,3\}$, por el que recibe un retorno $u_{i,t}$, $i = \{1,2,3\}$, expresado en términos del numerario. Por ser dueño de todas las firmas que operan en la economía, recibe ganancias Π_t^O , monto que incluye, entre otros, no solo las ganancias monopolísticas de las firmas que actúan en mercados de competencia imperfecta sino también el rendimiento neto de los préstamos a las familias no-Ricardianas.

La familia Ricardiana también asigna bienes de inversión $I_{i,t}^O$ a cada sector productivo i , paga impuestos sobre sus compras de bienes de consumo a la tasa $\tau_{C,t}$ y sobre la compra de bienes de inversión a la tasa $\tau_{I,t}$. Además, recibe transferencias del gobierno T_t^O y paga dividendos V_t^O al gobierno por ser este el dueño de buena parte de la actividad petrolera. La siguiente restricción presupuestal debe satisfacerse en cada periodo:

$$\begin{aligned} & (1 + \tau_{C,t})P_{C,t}C_t^O + (1 + \tau_{I,t})P_{I,t}(I_{1,t}^O + I_{2,t}^O + I_{3,t}^O) + R_{t-1}^W S_t D_{t-1}^{*O} + B_t^O \\ & = (1 - \tau_{N,t})P_{C,t} \left(\sum_{i=1}^3 W_{i,t} h_{i,t}^O \right) + (1 - \tau_{K,t})P_{C,t} \left(\sum_{i=1}^3 u_{i,t} K_{i,t-1}^O \right) \quad [50] \\ & - V_t^O + S_t D_t^{*O} + R_{t-1} B_{t-1}^O + ADJ_{D,t} + \Pi_t^O + T_t^O \end{aligned}$$

El ingreso laboral está gravado a la tasa efectiva $\tau_{N,t}$ y el de capital a la tasa $\tau_{K,t}$. La familia típica Ricardiana acumula capital específico en cada uno de los sectores productivos i a través de la inversión, sujeta a costos de ajuste:

$$K_{i,t}^O = (1 - \delta_i)K_{i,t-1}^O + I_{i,t}^O - \frac{\eta_i}{2} \left(\frac{I_{i,t}^O}{K_{i,t-1}^O} - \gamma + (1 - \delta_i) \right)^2 \quad \forall i \quad [51]$$

donde δ_i es la tasa de depreciación del capital instalado en el sector i y η_i representa costos de ajuste.

Las condiciones de primer orden que caracterizan el plan óptimo de la familia Ricardiana incluyen, además de la restricción presupuestal y las leyes de acumulación de capital sectorial, las siguientes:

$$\gamma^t \psi_i^O (h_{i,t}^O)^\varepsilon = \left[\frac{1 - \tau_{N,t}}{1 + \tau_{C,t}} \right] W_{i,t} \quad \forall i \quad [52]$$

$$\frac{\frac{(1+\tau_{I,t})P_{I,t}}{(1+\tau_{C,t})P_{C,t}}}{\left[C_t^O - \frac{\gamma^t \sum_{j=1}^3 \psi_j^O (h_{j,t}^O)^{1+\varepsilon}}{1+\varepsilon} \right]} = \frac{\beta}{\left[C_{t+1}^O - \frac{\gamma^{t+1} \sum_{j=1}^3 \psi_j^O (h_{j,t+1}^O)^{1+\varepsilon}}{1+\varepsilon} \right]} \left\{ \left(\frac{1-\tau_{K,t+1}}{1+\tau_{C,t+1}} \right) u_{i,t+1} + \frac{\frac{(1+\tau_{I,t+1})P_{I,t+1}}{(1+\tau_{C,t+1})P_{C,t+1}}}{\left[1-\eta_i \left(\frac{I_{i,t+1}^O}{K_{i,t}^O} - \gamma + (1-\delta_i) \right) \right]} \left[1 - \delta_i - \frac{\eta_i}{2} \left(\frac{I_{i,t+1}^O}{K_{i,t}^O} - \gamma + (1 - \delta_i) \right)^2 + \eta_i \left(\frac{I_{i,t+1}^O}{K_{i,t}^O} - \gamma + (1 - \delta_i) \right) \frac{I_{i,t+1}^O}{K_{i,t}^O} \right] \right\} \quad \forall i \quad [53]$$

la ecuación de Euler para el endeudamiento internacional

$$1 = \beta \frac{(1 + \tau_{C,t})}{(1 + \tau_{C,t+1})} \frac{P_{C,t}}{P_{C,t+1}} \frac{\left[C_t^O - \gamma C_{t-1}^O - \frac{\gamma^t \sum_{j=1}^3 \psi_j^O (h_{j,t}^O)^{1+\varepsilon}}{1 + \varepsilon} \right]}{\left[C_{t+1}^O - \gamma C_t^O - \frac{\gamma^{t+1} \sum_{j=1}^3 \psi_j^O (h_{j,t+1}^O)^{1+\varepsilon}}{1 + \varepsilon} \right]} R_t^W \frac{S_{t+1}}{S_t} \quad [54]$$

y la ecuación de Euler para la tenencia de bonos domésticos:

$$1 = \beta \frac{(1 + \tau_{C,t})}{(1 + \tau_{C,t+1})} \frac{P_{C,t}}{P_{C,t+1}} \frac{\left[C_t^O - \gamma C_{t-1}^O - \frac{\gamma^t \sum_{j=1}^3 \psi_j^O (h_{j,t}^O)^{1+\varepsilon}}{1 + \varepsilon} \right]}{\left[C_{t+1}^O - \gamma C_t^O - \frac{\gamma^{t+1} \sum_{j=1}^3 \psi_j^O (h_{j,t+1}^O)^{1+\varepsilon}}{1 + \varepsilon} \right]} R_t \quad [55]$$

Las dos últimas condiciones implican que la condición de paridad descubierta de tasas de interés se satisface: $R_t = R_t^W \frac{S_{t+1}}{S_t}$.

La ecuación [53] muestra la decisión óptima de oferta de trabajo la cual solo depende del salario real, ajustado por impuestos. Si los impuestos al consumo o a la renta laboral se reducen, el retorno del trabajo aumenta y, en consecuencia, la oferta de trabajo también aumenta. La ecuación [54] muestra la ecuación de Euler para la decisión óptima de inversión en capital físico. Esta condición iguala el costo marginal, medido en términos de sacrificio de utilidad de hoy, debido a la inversión en capital físico y el valor presente del beneficio futuro que genera el capital productivo el siguiente periodo.

El factor real de descuento relevante para la familia Ricardiana ha sido definido como $\beta^t \Omega_t$ con

$$\Omega_t = \frac{1}{(1 + \tau_{C,t}) \left[C_t^O - \gamma \zeta C_{t-1}^O - \frac{\gamma^t \sum_{j=1}^3 \psi_j^O (h_{j,t}^O)^{1+\varepsilon}}{1 + \varepsilon} \right]} \quad [56]$$

Agregación del sector privado

Las demandas agregadas de bienes de consumo e inversión se obtienen de multiplicar las demandas de cada tipo de familia representativa por sus correspondientes poblaciones. El consumo del sector privado ($C_{P,t}$) asciende a:

$$C_{P,t} = \lambda C_t^{NO} + (1 - \lambda) C_t^O \quad [57]$$

La inversión sectorial y la inversión total del sector privado se agregan de la siguiente forma:

$$I_{i,t} = (1 - \lambda) I_{i,t}^O \quad \forall i \quad [58]$$

$$I_{P,t} = I_{1,t} + I_{2,t} + I_{3,t} \quad [59]$$

De la misma forma, se obtienen las ofertas de trabajo a nivel sectorial y total

$$h_{i,t} = \lambda h_{i,t}^{NO} + (1 - \lambda) h_{i,t}^O \quad \forall i \quad [60]$$

$$h_t = h_{1,t} + h_{2,t} + h_{3,t} \quad [61]$$

y los agregados de activos reales y financieros, transferencias y pago de dividendos

$$K_{i,t} = (1 - \lambda) K_{i,t}^O \quad \forall i \quad [62]$$

$$B_{P,t} = (1 - \lambda)B_t^O \quad [63]$$

$$D_{P,t}^* = (1 - \lambda)D_t^{*O} \quad [64]$$

$$T_{P,t} = \lambda T_t^{NO} + (1 - \lambda)T_t^O \quad [65]$$

$$V_{P,t} = (1 - \lambda)V_t^O \quad [66]$$

donde $T_{P,t}$ representa las transferencias recibidas del gobierno, $V_{P,t}$ el pago de dividendos al gobierno por parte del sector petrolero, $D_{P,t}^*$ es la deuda externa y $B_{P,t}$ es la tenencia de bonos domésticos del sector privado.

VIII. Gobierno

El gobierno invierte en infraestructura un monto $P_{I,t}I_{G,t}$ en cada periodo, donde $P_{I,t}$ es el índice de precios del bien de inversión e $I_{G,t}$ es la cantidad real de infraestructura física. El gasto en infraestructura se fija exógenamente como una proporción $g_{I,t}$ del PIB nominal:

$$P_{I,t}I_{G,t} = g_{I,t}PIB_t^N \quad [67]$$

El stock de capital público evoluciona a través del tiempo de acuerdo con la siguiente ley de movimiento:

$$K_{G,t} = (1 - \delta_G)K_{G,t-1} + I_{G,t} - \frac{\eta_G}{2} \left(\frac{I_{G,t}}{K_{G,t-1}} - \gamma + (1 - \delta_G) \right)^2 K_{G,t-1} \quad [68]$$

donde δ_G es la tasa de depreciación de la infraestructura. Al igual que con la inversión privada, el proceso de acumulación está sujeto a costos de ajuste.

De manera análoga, el gasto corriente se fija como una proporción $g_{C,t}$ del PIB nominal:

$$P_{G,t}G_t = g_{C,t}PIB_t^N \quad [69]$$

El proceso que sigue $g_{C,t}$ será especificado más adelante en la sección sobre la regla fiscal. Los otros gastos corresponden al pago de intereses y principal de la deuda externa, $R_{t-1}^W S_t D_{G,t-1}^*$, sobre la deuda interna, $R_{t-1} B_{G,t-1}$, y a transferencias del gobierno al sector privado ($T_{G,t}$).

$D_{G,t}^*$ es la deuda pública externa en dólares y $B_{G,t}$ la deuda interna en pesos al final del periodo t . El gobierno escoge en dónde financiarse, ya sea en el mercado interno o en el externo. Si $g_{F,t}$ representa la fracción de las necesidades nominales de financiamiento (F_t) que se satisfacen en el mercado doméstico, entonces tenemos que

$$B_{G,t} = g_{F,t}F_t \quad [70]$$

$$S_t D_{G,t}^* = (1 - g_{F,t})F_t \quad [71]$$

donde $g_{F,t}$ es una variable de política.

Por otro lado, los ingresos tributarios del gobierno provienen -abusando un poco de la notación- del impuesto a la renta laboral $\tau_{N,t}P_{C,t}(1 - \lambda)(\sum_{i=1}^3 W_{i,t}h_{i,t}^O)$, del impuesto a la renta de capital $\tau_{K,t}P_{C,t}(1 - \lambda)(\sum_i u_{i,t}K_{i,t}^O)$, de los impuestos al consumo intermedio de bienes domésticos $\sum_{i=1}^3 \tau_{i,t}^X \sum_{j=1}^3 PP_{j,t}X_{j,i,t}$, de los aranceles a las importaciones de bienes intermedios, de consumo y de capital, $P_{M,t}(\sum_{i=1}^3 \tau_{i,t}^{MX} M_{i,t} + \tau_{C,t}^M M_{C,t} + \tau_{I,t}^M M_{I,t})$, de los impuestos a la inversión $\tau_{I,t}P_{I,t}I_{P,t}$, y de los impuestos al consumo $\tau_{C,t}P_{C,t}(1 - \lambda)C_t^O$. Los ingresos no tributarios provienen del giro de dividendos del sector petrolero al gobierno por un monto $V_{G,t} = (1 - \lambda)V_t^O$, los cuales se suponen proporcionales al ingreso de capital del sector: $V_{G,t} = v_t P_{C,t} u_{3,t} K_{3,t-1}$.

Las necesidades nominales de financiación en el periodo t ascienden a:

$$\begin{aligned} F_t = & P_{G,t}G_t + P_{I,t}I_{G,t} + R_{t-1}^W S_t D_{G,t-1}^* + R_{t-1}B_{G,t-1} + T_{G,t} - v_t P_{C,t} u_{3,t} K_{3,t-1} - \\ & \tau_{N,t}P_{C,t}(1 - \lambda)(\sum_{i=1}^3 W_{i,t}h_{i,t}^O) - \tau_{K,t}P_{C,t}(1 - \lambda)(\sum_i u_{i,t}K_{i,t}^O) - \\ & \sum_{i=1}^3 \tau_{i,t}^X \sum_{j=1}^3 PP_{j,t}X_{j,i,t} - \tau_{I,t}P_{I,t}I_{P,t} - \tau_{C,t}P_{C,t}(1 - \lambda)C_t^O - \\ & P_{M,t}(\sum_{i=1}^3 \tau_{i,t}^{MX} M_{i,t} + \tau_{C,t}^M M_{C,t} + \tau_{I,t}^M M_{I,t}) \end{aligned} \quad [72]$$

IX. Exportaciones, importaciones y términos de intercambio

El país exporta petróleo (E_t^{oil}) y un bien de consumo compuesto ($E_{C,t}$). Toda la producción de petróleo se exporta al precio mundial, una vez satisfechas las necesidades de consumo intermedio doméstico.

Las exportaciones del bien de consumo están determinadas por la demanda externa. Se especifica una función típica de demanda de exportaciones (Kollmann, 2002):

$$E_{C,t} = A_X \left[\frac{P_{C,t}}{S_t P_{C,t}^*} \right]^{-\zeta} Y_t^* \quad [73]$$

donde Y_t^* es un índice de actividad agregada externa, un promedio ponderado de los índices de nuestros mayores socios en el comercio de exportación. El inverso del precio relativo del bien de exportación se define como la tasa de cambio real (TCR_t),

$$TCR_t = \frac{S_t P_{C,t}^*}{P_{C,t}} \quad [74]$$

y ζ es el valor absoluto de la elasticidad precio de la demanda externa por nuestras exportaciones. Por simplicidad, suponemos que el índice de precios externo de los bienes de consumo es constante e igual a la unidad, $P_{C,t}^* = 1, \forall t$. A_X es un parámetro de escala.

Para obtener índices de cantidades y de precios de las exportaciones utilizamos simples agregadores Cobb-Douglas:

$$E_t = A_E (E_{C,t})^{\mu_E} (E_t^{oil})^{1-\mu_E} \quad [75]$$

$$P_{E,t} = (P_{C,t})^{\mu_E} (S_t P_t^{*oil})^{1-\mu_E} \quad [76]$$

donde E_t es el índice de volumen de exportaciones totales y $P_{E,t}$ es el correspondiente índice de precios que se obtiene a partir de la agregación de los precios de las exportaciones no petroleras ($P_{C,t}$) y petroleras ($S_t P_t^{*oil}$).

Las importaciones totales, incluyendo las de materias primas, bienes de capital, y bienes de consumo, ascienden a:

$$M_t = \sum_{i=1}^3 M_{i,t} + M_{C,t} + M_{I,t} \quad [77]$$

La balanza comercial (BC_t) se define como:

$$BC_t = P_{E,t} E_t - P_{M,t} M_t = P_{C,t} E_{C,t} + S_t P_t^{*oil} E_t^{oil} - P_{M,t} \left[\sum_{i=1}^3 M_{i,t} + M_{C,t} + M_{I,t} \right] \quad [78]$$

Y los términos de intercambio (TI_t) se determinan endógenamente

$$TI_t = \frac{P_{E,t}}{P_{M,t}} \quad [79]$$

X. Tasa de interés externa y prima de riesgo país

La tasa bruta de interés externa que enfrenta el país, R_t^W , tiene dos componentes: la tasa de interés externa propiamente dicha, R_t^* , la cual no es específica a Colombia, y una prima de riesgo ρ_t , o “spread” sobre la tasa externa, la cual depende del nivel total de deuda externa del país

$$R_t^W = R_t^* \rho_t \quad [80]$$

donde

$$\rho_t = A_\rho \exp \left[\rho \left\{ \left(\frac{S_t (D_{P,t-1}^* + D_{G,t-1}^*)}{PIB_t^N} \right) - dep \right\} \right] \quad [81]$$

La prima de riesgo país es una función convexa, donde A_ρ es un parámetro de escala y ρ mide la respuesta del spread a cambios en la relación de endeudamiento y dep es la relación deuda externa total a PIB en el estado estacionario inicial. Un incremento de la deuda total de la economía, por encima del nivel inicial dep es percibido por los prestamistas internacionales como un mayor riesgo de “default” ante lo cual responden endureciendo las condiciones financieras de los créditos. En el siguiente capítulo se discute en detalle el estado estacionario del modelo.

XI. Regla fiscal y regla monetaria

Los modelos nekeynesianos incorporan reglas fiscales y monetarias no solo para describir sino también para guiar las intervenciones de política. Por construcción, las reglas fiscales corrigen el sesgo de los gobiernos a gastar y a endeudarse, lo que permite asegurar la sostenibilidad de las finanzas públicas. Las reglas monetarias, por su parte, corrigen el sesgo inflacionario de la política monetaria y contribuyen a mantener la inflación baja y estable y a estabilizar la actividad económica en el corto plazo. Un modelo que incorpore este tipo de reglas difícilmente sería útil para identificar un problema de sostenibilidad, o de deuda excesiva, o un dilema de política. En nuestro modelo no estamos interesados en la respuesta automática de política dada por las reglas fiscales y monetarias sino en intervenciones discrecionales. Este enfoque busca reconocer que en el mundo real los incentivos de los hacedores de política no se limitan a estabilizar la economía, a hacer política económica contracíclica, y a optimizar el bienestar de la sociedad en cada momento del tiempo.

Las intervenciones discrecionales imponen desafíos técnicos ya que los experimentos de política operarían en una economía que no cuenta con las propiedades estabilizadoras de las reglas de política y, por lo tanto, podrían llevar a la violación de la restricción intertemporal del gobierno o, en una economía donde se viola el Principio de Taylor, a inducir un problema de indeterminación del equilibrio. Las reglas de política que proponemos aseguran el cumplimiento de la restricción intertemporal del gobierno y la existencia de una sola trayectoria de equilibrio para la economía. Las reglas tienen dos componentes. Inicialmente, el gasto -en la regla fiscal- y/o la tasa de interés -en la regla monetaria- se fijan exógenamente. El tipo de experimento que queremos estudiar es del siguiente estilo: la respuesta de la economía ante un choque dado de política o la respuesta ante cualquier otro tipo de choque exógeno cuando la trayectoria inicial de política está dada exógenamente. Posteriormente, después de unos periodos, las reglas fiscal y monetaria adoptan las formas usuales.

Específicamente, proponemos la siguiente regla fiscal especificada en términos de $g_{c,t}$:

$$g_{C,t} = \mathbb{I}_{G,t} g_{C,t}^{exo} + (1 - \mathbb{I}_{G,t}) g_{C,t-1} \left[\frac{(S_t D_{G,t-1}^* + B_{G,t-1})}{\frac{PIB_t^N}{dpp}} \right]^{-\sigma} \quad [82]$$

donde dpp es el parámetro que mide la relación de largo plazo entre la deuda pública total y el PIB. Este parámetro puede ser entendido y medido de varias maneras. Por un lado, puede ser entendido como el nivel promedio de financiación que históricamente ha recibido el gobierno. Por otro, puede ser definido más prospectivamente como el monto máximo financiable por los mercados de capitales, como el llamado “límite de deuda” de la literatura sobre Espacio Fiscal (Ostry et al., 2010; Ostry et al., 2015), nivel a partir del cual surgiría un riesgo de sostenibilidad de no llevarse a cabo un ajuste extraordinario.

$\mathbb{I}_{G,t}$ es una variable que toma solo valores de 1 o 0. Suponemos que durante los primeros periodos del experimento $\mathbb{I}_{G,t} = 1$. Para ilustrar lo que esto significa, supongamos, por ejemplo, que $\mathbb{I}_{G,t} = 1$ para $t = 2010, \dots, 2027$. Durante este periodo el tamaño del gasto público estará dado exógenamente por $g_{C,t}^{exo}$, el cual corresponde a los datos observados entre 2010 y 2016 y a las proyecciones o supuestos del Marco Fiscal de Mediano Plazo para los años entre 2017 y 2027. Para asegurar que la deuda pública no siga una trayectoria explosiva, la segunda parte de la ecuación hace que después de 2027, cuando $\mathbb{I}_{G,t} = 0$ para $t = 2027, \dots$, el tamaño del gasto público se ajuste en función de la desviación del monto relativo de deuda pública frente a su valor financiable de largo plazo. σ es un parámetro de ajuste fiscal. El ajuste fiscal es más fuerte a medida que σ aumenta.

De la misma forma, la regla monetaria se especifica así:

$$R_t = \mathbb{I}_{M,t} R_t^{exo} + (1 - \mathbb{I}_{M,t}) \left[(1 - \varrho) R \left(\frac{\pi_{C,t}}{\pi_C} \right)^\iota + \varrho R_{t-1} \right] \quad [83]$$

donde R_t^{exo} es la tasa de interés nominal observada o fijada exógenamente, R la tasa de interés nominal de largo plazo y ϱ un parámetro de suavización. Esta regla indica que durante los primeros periodos del experimento la tasa de interés nominal estará dada por la tasa observada o por la tasa dada por cualquier trayectoria exógena y que, más adelante, la regla salta a una de Taylor con ajuste gradual hacia la tasa de interés nominal de largo plazo. ι es el parámetro de política de la regla de Taylor. Galí (2010) muestra que esta regla no sufre del problema de indeterminación. Infortunadamente, como demuestra el autor, existen varias reglas que satisfacen la trayectoria de R_t^{exo} pero que generan diferentes implicaciones para las otras variables del modelo. Se tiene no un problema de multiplicidad de trayectorias de equilibrio, sino de multiplicidad de reglas.

XII. PIB nominal y real

El PIB nominal (PIB_t^N) se define como

$$PIB_t^N = P_{C,t}C_{P,t} + P_{I,t}(I_{P,t} + I_{G,t}) + P_{G,t}G_t + P_{E,t}E_t - P_{M,t}M_t \quad [84]$$

la suma del valor total de los bienes de consumo, de inversión - incluyendo la inversión del gobierno en infraestructura-, de servicios de gobierno y de las exportaciones netas producidos durante el periodo t .

El modelo provee estimaciones para cada periodo de los agregados macroeconómicos de gasto en términos reales y de sus precios. El PIB real, PIB_t^R , se obtiene a partir de la agregación de los componentes de gasto, como lo haría el DANE, mediante el uso de índices encadenados de Laspeyres con ponderaciones anuales cambiantes. Esta metodología se adoptó en 2005 en reemplazo del índice de Laspeyres basado en ponderaciones fijas de precios de un año base. El índice de volumen encadenado de Laspeyres evoluciona a través del tiempo de acuerdo con la siguiente ley de movimiento:

$$PIB_t^R = \gamma_{PIB,t} PIB_{t-1}^R \quad [85]$$

donde $\gamma_{PIB,t}$ es la tasa bruta de crecimiento del PIB real, denominada también como el “eslabón” del encadenamiento, y es calculada a partir de la siguiente expresión:

$$\gamma_{PIB,t} = \frac{P_{C,t-1}C_{P,t} + P_{I,t-1}(I_{P,t} + I_{G,t}) + P_{G,t-1}G_t + P_{E,t-1}E_t - P_{M,t-1}M_t}{P_{C,t-1}C_{P,t-1} + P_{I,t-1}(I_{P,t-1} + I_{G,t-1}) + P_{G,t-1}G_{t-1} + P_{E,t-1}E_{t-1} - P_{M,t-1}M_{t-1}} \quad [86]$$

El deflactor implícito del PIB, $P_{PIB,t}$, se obtiene implícitamente a partir de información del PIB nominal y del PIB real, y corresponde a un índice de precios encadenados de Paasche:

$$P_{PIB,t} = \frac{PIB_t^N}{PIB_t^R} \quad [87]$$

En el estado estacionario inicial, en 2010, los precios se normalizan a la unidad, lo que permite obtener el PIB real inicial: $PIB_{2010}^N = PIB_{2010}^R$.

XIII. Equilibrio de los mercados

Los mercados de factores, bienes y activos financieros se equilibran en cada periodo. En el mercado de servicios de capital físico la oferta de las familias $((1 - \lambda)K_{i,t}^O)$ es igual a la demanda de las firmas $(K_{i,t})$. En el mercado laboral, la oferta de trabajo es igual a la demanda en cada sector productivo:

$$n_{i,t} = h_{i,t} \quad \forall i \quad [88]$$

En los mercados de bienes se satisfacen los balances de materiales. En los mercados de bienes finales de consumo e inversión:

$$Y_{C,t} = C_{P,t} + E_{C,t} \quad [89]$$

$$Y_{I,t} = I_{P,t} + I_{G,t} \quad [90]$$

$$Y_{G,t} = G_t \quad [91]$$

El bien de consumo es demandado por el sector privado o exportado. La inversión es demandada por el sector privado (Ricardiano) y el gobierno. Los mercados de bienes básicos también se equilibran

$$YY_{1,t} = XX_{1,1,t} + XX_{1,2,t} + XX_{1,3,t} + Y_{1,t} \quad [92]$$

$$YY_{2,t} = XX_{2,1,t} + XX_{2,2,t} + XX_{2,3,t} + Y_{2,t} \quad [93]$$

$$YY_{3,t} = XX_{3,1,t} + XX_{3,2,t} + XX_{3,3,t} + E_t^{oil} \quad [94]$$

$$Y_{D,t} = D_{C,t} + D_{I,t} \quad [95]$$

$$Y_{1,t} = P_{1,t}Z_{1,t} \quad [96]$$

$$Y_{2,t} = P_{2,t}(Z_{2,t} + Z_{G,t}) \quad [97]$$

Las transferencias giradas por el gobierno son iguales a las transferencias recibidas por el sector privado y el gobierno recibe los dividendos pagados por el sector petrolero

$$T_{P,t} = T_{G,t} \quad [98]$$

$$V_{P,t} = V_{G,t} \quad [99]$$

Y el mercado doméstico de bonos del gobierno se equilibra

$$B_{P,t} = B_{G,t} \quad [100]$$

Finalmente, si combinamos las restricciones presupuestales de las familias Ricardianas y no-Ricardianas, las funciones de ganancias de todas firmas y la restricción presupuestal del gobierno, obtenemos una ecuación para la cuenta corriente CC_t :

$$\begin{aligned} CC_t &= -[(D_{P,t}^* + D_{G,t}^*) - (D_{P,t-1}^* + D_{G,t-1}^*)]S_t \\ &= BC_t - (R_{t-1}^W - 1)(D_{P,t-1}^* + D_{G,t-1}^*)S_t \end{aligned} \quad [101]$$

El Anexo A reúne el sistema completo de ecuaciones no-lineales que conforma el modelo descrito en detalle en esta sección.

Capítulo 3: Calibración y Estado Estacionario

Una vez construido y parametrizado el modelo, a continuación, damos valores numéricos a los parámetros, proceso conocido como calibración. Calibración significa que el valor de los parámetros estructurales es tomado ya sea de estudios econométricos o estimado para que el estado estacionario del modelo sea consistente con algunos valores o ratios observados en los datos.

Interpretamos que el sector gobierno en el modelo se refiere al gobierno central. Desafortunadamente, en la contabilidad nacional el gobierno se define como el gobierno general (gobierno central, departamentos, municipios, entidades descentralizadas y fondos de seguridad social). Para tratar de hacer comparable el modelo con los datos de la contabilidad nacional, en esta última se debe reasignar hacia los agregados del sector privado - en la medida que haya información disponible - la diferencia entre las cifras del gobierno general y el nivel central. Por ejemplo, la matriz insumo-producto de 2010 fue ajustada para que el gasto del gobierno fuera 12.8% del PIB, el gasto del gobierno central en ese año, y no el 16.6% del PIB que representa el gasto del gobierno general. La diferencia, para mantener constante el PIB por el lado de la demanda, es asignada al consumo final de los hogares. Por otra parte, el rubro de formación bruta de capital agrega toda la inversión de la economía. El total de inversión privada se obtiene como la diferencia entre ese total y la inversión en infraestructura del gobierno central.

El modelo esta expresado en términos per cápita. Las tecnologías y preferencias son consistentes con crecimiento balanceado de largo plazo, el cual está dado exógenamente por γ , la tasa bruta de crecimiento del PIB per cápita. Con información histórica de cuentas nacionales y datos de población por edades de 15 a 64 años, la tasa de crecimiento del PIB por persona en edad de trabajar es estimada en 2%, es decir $\gamma = 1.02$. Para facilitar la solución del modelo, y el cálculo del estado estacionario, es conveniente eliminar el crecimiento de largo plazo del modelo para lo cual se requiere dividir todas las variables no estacionarias (“*detrend*”) por el nivel de progreso técnico γ^t . El Anexo B presenta la versión estacionarizada del modelo. Las variables en letras minúsculas representan las variables transformadas. Específicamente, los agregados reales se estacionarizan de la siguiente forma:

$$pib_t^R = \frac{PIB_t^R}{\gamma^t}, \quad c_t^{NO} = \frac{C_t^{NO}}{\gamma^t}, \quad i_t^O = \frac{I_t^O}{\gamma^t}, \quad g_t = \frac{G_t}{\gamma^t}, \quad w_t = \frac{W_t}{\gamma^t}, \quad \text{etc.}$$

De manera similar las variables reales de stock:

$$k_{G,t-1} = \frac{K_{G,t-1}}{\gamma^t}, \quad k_{i,t-1}^O = \frac{K_{i,t-1}^O}{\gamma^t}, \quad \text{etc.}$$

las variables en dólares

$$d_{G,t-1}^* = \frac{D_{G,t-1}^*}{\gamma^t P_{C,t-1}^*}, \quad d_{P,t-1}^* = \frac{D_{P,t-1}^*}{\gamma^t P_{C,t-1}^*}$$

y las variables en pesos

$$b_{G,t-1} = \frac{B_{G,t-1}}{\gamma^t P_{C,t-1}}, \quad f_t = \frac{F_t}{\gamma^t P_{C,t}}$$

Los precios externos se expresan en términos relativos a la canasta de consumo externa

$$p_t^{*oil} = \frac{P_t^{*oil}}{P_{C,t}^*}, \quad p_{M,t}^* = \frac{P_{M,t}^*}{P_{C,t}^*}$$

Finalmente, los precios domésticos se expresan en términos del numerario:

$$p_{M,t} = \frac{P_{M,t}}{P_{C,t}}, \quad p_{E,t} = \frac{P_{E,t}}{P_{C,t}}, \quad pp_{i,t} = \frac{PP_{i,t}}{P_{C,t}}, \quad \pi_{M,t} = \frac{p_{M,t}}{p_{M,t-1}} \pi_{C,t}, \quad \text{etc.}$$

La solución del modelo será obtenida en términos de trayectorias para las variables estacionarizadas. Para hacerlas comparables con los datos observados (en términos per cápita real o nominal) debemos hacer la transformación inversa correspondiente. Si se quiere comparar con un índice de nivel de las variables macroeconómicas, las variables en términos per cápita que arroja el modelo deben multiplicarse por un índice de la población en edad de trabajar. De acuerdo con proyecciones del DANE, la tasa anual de crecimiento de la población entre las edades de 15 a 64 años es en promedio de 1.35% entre 2010 y 2020. Esto implica que la tasa de crecimiento de largo plazo consistente con el modelo es 3.4% ($1.02 * 1.0135 - 1$).

En el estado estacionario las variables endógenas reales no crecen, los precios relativos no cambian y las variables exógenas y de política permanecen constantes. El Anexo C presenta el sistema de ecuaciones que describe el conjunto de restricciones impuestas por el estado estacionario determinístico de la economía. Los valores de las variables en el estado estacionario se representan ahora sin el subíndice t ($pib_t^R = pib_{t+1}^R = pib^R$). Las restricciones impuestas por el estado estacionario son usadas para la calibración de varios parámetros. En la calibración, un periodo representa un año, escogencia que no es buena para estudiar las implicaciones de la política monetaria, pero sí es apropiada para nuestro propósito inmediato de estudiar el comportamiento de la economía en el mediano plazo y los efectos de la política fiscal.

El estado estacionario inicial es calibrado con información alrededor del año 2010. Una parte del conjunto de información usado en la calibración proviene de la Matriz Insumo-

Producto del DANE de 2010 (Matriz I-O-2010). La Tabla 1 muestra una versión estilizada de la matriz, la cual ha sido normalizada para que el producto interno bruto a precios de mercado sea igual a 100 ($pib^R = 100$). En consecuencia, las entradas de la matriz pueden ser interpretadas como porcentajes del PIB. Una medida más apropiada de actividad económica podría ser el PIB al costo de factores ya que la anterior tiende a sobrestimar la producción nacional al incluir los impuestos indirectos⁷. Sin embargo, preferimos usar la primera porque es la que usualmente se considera y reseña.

La matriz I-O original, que viene desagregada en 61 productos, ha sido reagrupada en tres: el sector transable no petrolero (códigos 01 a 36, excluyendo el 07, de la nomenclatura de cuentas nacionales), de ahora en adelante llamado sector transable o sector $i = 1$; el sector no transable (códigos 37 a 61), o sector 2; y el sector petrolero (código 07) o sector $i = 3$.

Se hicieron varios ajustes a la matriz original. El ingreso mixto se sumó a la remuneración de los asalariados para obtener la remuneración del factor trabajo. La remuneración del factor capital es igual al excedente bruto de explotación. El rubro de impuestos menos subvenciones sobre la producción se agregó con el de impuestos menos subvenciones sobre los productos. Los impuestos menos subvenciones sobre los productos se desagregaron entre aranceles e IVA externo, por un lado, y otros impuestos indirectos, por el otro, de acuerdo con su composición en el 2010. El gasto del gobierno se hizo igual al gasto del gobierno central y la diferencia entre el gasto del gobierno general y el gasto del gobierno central se asignó al gasto de consumo de los hogares. Algunas entradas de la matriz con valores pequeños (menores a 1% del PIB, exceptuándose rubros de impuestos) se hicieron igual a cero. Otras entradas de menor tamaño también se igualaron a cero para hacer la matriz insumo-producto consistente con la especificación del modelo. Tal es el caso del gasto del gobierno en bienes transables (0.4% del PIB), el uso como bien de inversión del petróleo (0.001% del PIB), las exportaciones del sector no transable (0.94% del PIB), los impuestos a las exportaciones (0.02% del PIB), los impuestos sobre el gasto del gobierno (0.03% del PIB) y las exportaciones de bienes importados (1.5% del PIB). Estos ajustes resultan en una matriz I-O desbalanceada, problema que se corrige con el método de RAS (Stone, 1961 y Stone y Brown, 1962). La matriz I-O rebalanceada aparece en la Tabla 1.

Principales agregados macroeconómicos. El estado estacionario de los principales agregados macroeconómicos se obtiene en forma directa de la Matriz I-O-2010 y se muestra en la Tabla 2:

⁷ Note que la ecuación [84] no es estrictamente correcta debido a que ignora el efecto de los impuestos al consumo e inversión sobre la tasa de crecimiento del PIB a precios de mercado.

Tabla 1: Matriz Insumo-Producto 2010 del DANE

(Estilizada y normalizada PIB=100)

	INSUMOS				USOS FINALES						TOTAL USOS
	Transable NO Petrolero	NO Transable	Petrolero	TOTAL	Gasto de Consumo Final			FBK	Exportaciones	TOTAL	
					TOTAL	Hogares	Gobierno				
Transable NO Petrolero	12,9	8,8	0,0	21,7	16,0	16,0	0,0	2,1	11,5	29,7	51,4
NO Transable	9,7	27,7	0,5	37,9	56,6	44,1	12,5	15,2	0,0	71,8	109,7
Petrolero	1,3	0,0	0,6	1,9	0,0	0,0	0,0	0,0	5,2	5,2	7,0
Uso total de productos domésticos a precios básicos	23,9	36,5	1,1	61,4	72,6	60,1	12,5	17,3	16,7	106,7	168,1
Importaciones a precios básicos (CIF)	6,1	5,5	0,0	11,6	2,3	2,3	0,0	4,0	0,0	6,3	17,9
Aranceles + IVA externo	0,4	1,1	0,0	1,5	1,1	1,1	0,0	0,2	0,0	1,3	2,8
Impuestos - subvenciones sobre los productos	1,1	3,0	0,1	4,3	3,0	3,0	0,0	0,6	0,0	3,6	7,9
Total a precios de comprador	31,5	46,1	1,2	78,7	79,0	66,5	12,5	22,1	16,7	117,9	196,6
Remuneración del factor trabajo	11,9	43,1	0,5	55,5							
Remuneración del factor capital	7,9	20,6	5,4	33,9							
Valor agregado a precios básicos	19,9	63,6	5,8	89,4							
Total producción bruta a precios básicos	51,4	109,7	7,0	168,1							

FUENTE: DANE y cálculos de los autores

PIB (1): ENFOQUE INGRESO

+Valor Agregado	89,4
Remuneración de los asalariados	55,5
Excedente bruto de explotación	33,9
+Impuestos menos subvenciones sobre los productos	10,6
=PIB Total	100,0

PIB (2): ENFOQUE GASTO

+Consumo hogares	66,5
+Consumo gobierno	12,5
+Formación bruta de capital	22,1
+Exportaciones	16,7
-Importaciones	-17,9
=PIB Total	100,0

Tabla 2: Estado Estacionario de las Variable Endógenas

Variable	Descripción	Valor
bc_t	Balanza comercial	-1.16
$b_{G,t}$	Deuda interna del gobierno	24.03
c_t^{NO}	Gasto de consumo de la familia no-Ricardiana	53.77
c_t^O	Gasto de consumo de la familia Ricardiana	77.73
$d_{C,t}$	Insumo de bien doméstico en producción del bien de consumo	71.37
$d_{I,t}$	Insumo de bien doméstico en producción del bien de inversión	17.34
$d_{G,t}^*$	Deuda externa del gobierno	10.88
$d_{P,t}^*$	Deuda externa del sector privado	8.80
e_t	Exportaciones totales	16.71
$e_{C,t}$	Exportaciones del bien de consumo	11.54
e_t^{oil}	Exportaciones petroleras	5.17
f_t	Necesidades de financiación del gobierno	35.62
$\gamma_{PIB,t}$	Tasa bruta de crecimiento del PIB	1.02
g_t	Gasto corriente del gobierno	12.80
$g_{C,t}$	Gasto corriente del gobierno como % del PIB nominal	0.128
$h_{1,t}^{NO}$	Empleo no-Ricardiano en sector 1	11.95
$h_{2,t}^{NO}$	Empleo no-Ricardiano en sector 2	43.06
$h_{3,t}^{NO}$	Empleo no-Ricardiano en sector 3	0.45
$h_{1,t}^O$	Empleo de la familia Ricardiana en sector 1	11.95
$h_{2,t}^O$	Empleo de la familia Ricardiana en sector 2	43.06
$h_{3,t}^O$	Empleo de la familia Ricardiana en sector 3	0.45
$i_{G,t}$	Inversión del gobierno en infraestructura	2.08
$i_{1,t}^O$	Inversión en sector 1 de la familia Ricardiana	13.16
$i_{2,t}^O$	Inversión en sector 2 de la familia Ricardiana	30.52
$i_{3,t}^O$	Inversión en sector 3 de la familia Ricardiana	11.29
$k_{G,t}$	Stock de infraestructura pública	37.75
$k_{1,t}^O$	Stock de capital de la familia Ricardiana en sector 1	143.61
$k_{2,t}^O$	Stock de capital de la familia Ricardiana en sector 2	459.95
$k_{3,t}^O$	Stock de capital de la familia Ricardiana en sector 3	42.24
ℓ_t	Tasa de apalancamiento de la familia no-Ricardiana	0.52
m_t	Importaciones totales	17.87
$m_{1,t}$	Materias primas importadas usadas en sector 1	6.10
$m_{2,t}$	Materias primas importadas usadas en sector 2	5.46
$m_{3,t}$	Materias primas importadas usadas en sector 3	0
$m_{C,t}$	Importaciones de bienes de consumo	2.33
$m_{I,t}$	Importaciones de bienes de capital y equipo	3.98
pib_t^R	PIB real	100.00
$p_{1,t}$	Precio del producto mayorista del sector 1	1.20
$p_{2,t}$	Precio del producto mayorista del sector 2	1.20
$p_{D,t}$	Precio del bien doméstico	1.00
$p_{E,t}$	Índice de precios de exportaciones	1.00
$p_{G,t}$	Índice de precios de la canasta de consumo del gobierno	1.00
$p_{I,t}$	Precio del bien de inversión	1.00

$p_{M,t}$	Precio interno de los bienes importados	1.00
$p_{PIB,t}$	Deflactor implícito del PIB	1.00
$pp_{1,t}$	Precio al productor del bien del sector 1	1.00
$pp_{2,t}$	Precio al productor del bien del sector 2	1.00
$pp_{3,t}$	Precio al productor del bien del sector 3	1.00
$\pi_{C,t}$	Tasa bruta de inflación de la canasta de bienes de consumo	1.03
$\pi_{1,t}$	Tasa bruta de inflación de bien mayorista del sector 1	1.03
$\pi_{2,t}$	Tasa bruta de inflación de bien mayorista del sector 2	1.03
$\pi_{M,t}$	Tasa de inflación doméstica de bienes importados	1.03
R_t	Tasa bruta de interés nominal doméstica	1.094
R_t^W	Tasa bruta de interés externa ajustada por prima de riesgo país	1.080
TCR_t	Tasa de cambio real	1.00
TI_t	Términos de intercambio	1.00
$u_{1,t}$	Costo de alquiler de los servicios del capital en sector 1	0.158
$u_{2,t}$	Costo de alquiler de los servicios del capital en sector 2	0.128
$u_{3,t}$	Costo de alquiler de los servicios del capital en sector 3	0.365
$w_{1,t}$	Salario en sector 1	1.00
$w_{2,t}$	Salario en sector 2	1.00
$w_{3,t}$	Salario en sector 3	1.00
$x_{1,1,t}$	Insumo del sector 1 usado en la producción del sector 1	12.90
$x_{1,2,t}$	Insumo del sector 1 usado en la producción del sector 2	8.79
$x_{1,3,t}$	Insumo del sector 1 usado en la producción del sector 3	0
$x_{2,1,t}$	Insumo del sector 2 usado en la producción del sector 1	9.67
$x_{2,2,t}$	Insumo del sector 2 usado en la producción del sector 2	27.71
$x_{2,3,t}$	Insumo del sector 2 usado en la producción del sector 3	0.48
$x_{3,1,t}$	Insumo del sector 3 usado en la producción del sector 1	1.28
$x_{3,2,t}$	Insumo del sector 3 usado en la producción del sector 2	0
$x_{3,3,t}$	Insumo del sector 3 usado en la producción del sector 3	0.58
$y_{C,t}$	Producción del bien de consumo	74.77
$y_{D,t}$	Producción del bien doméstico	88.71
$y_{G,t}$	Producción del bien de consumo del gobierno	12.81
$y_{I,t}$	Producción del bien de inversión	21.53
$y_{1,t}$	Producción mayorista del sector 1	29.67
$y_{2,t}$	Producción mayorista del sector 2	71.84
$yy_{1,t}$	Producción bruta del sector 1	51.37
$yy_{2,t}$	Producción bruta del sector 2	109.71
$yy_{3,t}$	Producción bruta del sector 3	7.03
$z_{1,t}$	Monto de $Y_{1,t}$ como insumo en producción del bien doméstico	24.73
$z_{2,t}$	Monto de $Y_{2,t}$ como insumo en producción del bien doméstico	49.20
$z_{G,t}$	Monto de $Y_{2,t}$ como insumo en bien de consumo del gobierno	10.67
$\hat{\Omega}_t$	Precio sombra de una unidad adicional de ingreso real	0.021

Tabla 3: Calibración de Parámetros

Parámetro	Descripción	Valor
α_1	Elasticidad del valor agregado del sector 1 con respecto al capital	0.3987
α_2	Elasticidad del valor agregado del sector 2 con respecto al capital	0.3234
α_3	Elasticidad del valor agregado del sector 3 con respecto al capital	0.9223
A_1	Parámetro de escala de la función de producción del sector 1	1.8803
A_2	Parámetro de escala de la función de producción del sector 2	1.2899
A_3	Parámetro de escala de la función de producción del sector 3	0.4832
A_C	Parámetro de escala de la función de producción del bien de consumo	1.0190
A_D	Parámetro de escala de la función de producción del bien doméstico	1.2000
A_E	Parámetro de escala de la función de agregación de exportaciones	1.8563
A_G	Parámetro de escala de la función de producción del bien consumo del gobierno	1.2000
A_I	Parámetro de escala de la función de producción del bien de inversión	1.0103
A_ρ	Parámetro de escala de la función de prima de riesgo	1.0744
A_X	Parámetro de escala de la función de demanda de exportaciones	11.5372
β	Factor subjetivo de descuento	0.9603
γ	Tasa bruta de crecimiento del PIB por persona en edad de trabajar (15-64 años)	1.0200
δ_1	Tasa de depreciación del capital en sector 1	0.0716
δ_2	Tasa de depreciación del capital en sector 2	0.0464
δ_3	Tasa de depreciación del capital en sector 3	0.2473
δ_G	Tasa de depreciación de la infraestructura	0.0351
dep	Relación deuda externa total a PIB	0.1968
dpp	Relación deuda pública externa e interna a PIB	0.3492
ε	Inverso de la elasticidad de la oferta de trabajo	1.4550
η_1	Parámetro que define el tamaño de costos de ajuste de la inversión en sector 1	4.0000
η_2	Parámetro que define el tamaño de costos de ajuste de la inversión en sector 2	4.0000
η_3	Parámetro que define el tamaño de costos de ajuste de la inversión en sector 3	4.0000
η_G	Parámetro que define costos de ajuste de la inversión en infraestructura	4.0000
θ	Elasticidad del valor agregado con respecto al capital público efectivo	0.0700
ι	Parámetro de política de la Regla de Taylor	1.6750
λ	Porcentaje de la población no-Ricardiana	0.6500
μ_C	Ponderación del insumo doméstico en la producción del bien de consumo	0.9456
μ_D	Ponderación del insumo transable en la producción del bien doméstico	0.3345
μ_E	Peso de exportaciones del bien de consumo en agregado de exportaciones	0.6906
μ_I	Ponderación del insumo doméstico en la producción del bien de inversión	0.8012
ξ_1	Costo de ajuste de precios en sector 1	1.0000
ξ_2	Costo de ajuste de precios en sector 2	1.0000
ξ_M	Costo de ajuste de precios en sector importador	1.0000
π_C	Tasa bruta de inflación de largo plazo de la canasta de bienes de consumo	1.0300
π_C^*	Tasa bruta de inflación externa	1.0167
ρ	Elasticidad del spread con respecto a la deuda externa total	0.4510
ϱ	Parámetro de suavización en la regla monetaria	0.4340
σ	Parámetro de ajuste de gasto en la regla fiscal	0.0200
ς	Valor absoluto de la elasticidad precio de la demanda de exportaciones	0.4710
φ	Parámetro que gobierna tamaño del “mark up”	6.0000
ϕ	Grado de congestión o rivalidad entre capital público y privado	0.1200
R	Tasa bruta de interés nominal de largo plazo	1.0940
$\chi_{1,1}$	Requerimiento de insumo del sector 1 en la producción bruta del sector 1	0.2511
$\chi_{1,2}$	Requerimiento de insumo del sector 1 en la producción bruta del sector 2	0.0802

$\chi_{1,3}$	Requerimiento de insumo del sector 1 en la producción bruta del sector 3	0.0000
$\chi_{2,1}$	Requerimiento de insumo del sector 2 en la producción bruta del sector 1	0.1883
$\chi_{2,2}$	Requerimiento de insumo del sector 2 en la producción bruta del sector 2	0.2526
$\chi_{2,3}$	Requerimiento de insumo del sector 2 en la producción bruta del sector 3	0.0687
$\chi_{3,1}$	Requerimiento de insumo del sector 3 en la producción bruta del sector 1	0.0250
$\chi_{3,2}$	Requerimiento de insumo del sector 3 en la producción bruta del sector 2	0.0000
$\chi_{3,3}$	Requerimiento de insumo del sector 3 en la producción bruta del sector 3	0.0822
$\chi_{M,1}$	Requerimiento de materias primas importadas en la producción del sector 1	0.1188
$\chi_{M,2}$	Requerimiento de materias primas importadas en la producción del sector 2	0.0498
$\chi_{M,3}$	Requerimiento de materias primas importadas en la producción del sector 3	0.0000
ψ_1^{NO}	Parámetro de desutilidad del trabajo no-Ricardiano en sector 1	0.0271
ψ_2^{NO}	Parámetro de desutilidad del trabajo no-Ricardiano en sector 2	0.0042
ψ_3^{NO}	Parámetro de desutilidad del trabajo no-Ricardiano en sector 3	3.1562
ψ_1^0	Parámetro de desutilidad del trabajo Ricardiano en sector 1	0.0232
ψ_2^0	Parámetro de desutilidad del trabajo Ricardiano en sector 2	0.0036
ψ_3^0	Parámetro de desutilidad del trabajo Ricardiano en sector 3	2.7064
ω_C	Elasticidad de sustitución de Armington entre bienes domésticos e importados	1.5000
ω_D	Elasticidad de sustitución entre bienes transables y no transables	0.7500
ω_I	Elasticidad de sustitución de Armington entre bienes domésticos e importados	1.5000

La Tabla 3, que se explica a continuación, resume los resultados del ejercicio de calibración.

Tasas de tributación y de dividendos. Las tasas efectivas de tributación se obtienen del cociente entre el pago de impuestos y la correspondiente base impositiva. Por ejemplo, τ_2^X , la tasa de tributación efectiva sobre el uso intermedio de bienes domésticos en la producción del sector no transable se calcula como

$$\tau_2^X = \frac{3.0}{(8.8 + 27.7 + 0)} = 8.3\%$$

Siguiendo esta metodología obtenemos: $\tau_1^X = 4.8\%$, $\tau_2^X = 8.3\%$, $\tau_3^X = 11.6\%$, $\tau_1^{MX} = 6.6\%$, $\tau_2^{MX} = 19.8\%$, $\tau_3^{MX} = 0$, $\tau_C^M = 46.1\%$, $\tau_I^M = 5.3\%$.

El impuesto que recae sobre el gasto de inversión privado (los agentes no-Ricardianos no acumulan capital) asciende a $\tau_I = 0.6/(17.3 + 4.0 - 2.1) = 3.1\%$. Con información del Ministerio de Hacienda podemos estimar en 5.2% del PIB el recaudo de impuesto sobre la renta en el año 2010. El Ministerio de Hacienda (2016) reporta que el impuesto de renta pagado por las personas naturales representa tan solo el 18% del recaudo total (0.93% del PIB). Interpretamos que el resto corresponde al impuesto pagado sobre la renta de capital (4.3% del PIB). En razón a que los agentes no-Ricardianos no reciben renta de capital, podemos estimar $\tau_K = 4.2/33.9 = 12.5\%$. Las estimaciones de las tasas efectivas de tributación sobre la renta laboral (τ_N) y sobre el consumo doméstico final (τ_C) requieren ajustar las bases de los impuestos debido a que recaen sobre los ingresos o los gastos de las familias Ricardianas únicamente - los cuales aún no conocemos - y no sobre la totalidad de la renta laboral o gasto de consumo. Más adelante volveremos sobre su estimación. La tasa

de giro de dividendos de Ecopetrol al gobierno central v , expresada como porcentaje del ingreso de capital del sector petrolero, asciende $v = 11.3\%$ dado que en 2010 los dividendos pagados por Ecopetrol ascendieron a 0.61% del PIB.

Tasa de interés, de inflación y spread. La tasa de interés nominal de mercado se estima en 9.4%, $R = 1.094$, que corresponde al promedio anual en 2010 de la tasa de interés de colocación B.R. calculada por el BdR y publicada en su portal de estadísticas. En la reunión del 23 de octubre de 2009 de su Junta Directiva se acordó que la meta de inflación sería la de largo plazo en el rango entre 2% y 4%. Entonces hacemos $\pi_C = 1.03 = \pi_1 = \pi_2 = \pi_M$. Con una estimación de la tasa de interés real podemos usar la ecuación [A54] para calcular el factor subjetivo de descuento: $\beta = 0.96$.

La tasa de interés externa se calcula en 0.52% ($R^* = 1.0052$) obtenida a partir de un promedio en 2010 de la tasa Libor a 6 meses. La tasa de inflación externa, medida por la inflación al consumidor en Estados Unidos, se estima en 1.67% ($\pi_C^* = 1.0167$). Ambas cifras son tomadas de la base de datos FRED del Banco de la Reserva Federal de St. Louis. A partir de la ecuación [A53] podemos obtener $R^W = 1.080$, la tasa bruta de interés sobre el endeudamiento de los colombianos en el exterior, es decir, la tasa de interés externa ajustada por la prima de riesgo país. De la ecuación [A66] obtenemos el parámetro $A_\rho = 1.074$ el cual determina el valor promedio de la prima de riesgo. Eichengreen y Mody (2000) reportan varias estimaciones del parámetro ρ , la respuesta del spread en la tasa de préstamos de bancos comerciales internacionales a países emergentes ante cambios en la relación deuda externa a PIB (en realidad, PNB). Adoptamos el estimativo más pequeño: $\rho = 0.451$. La relación deuda externa total (pública + privada) a PIB en el estado estacionario inicial ha sido estimada en 19.7% ($dep = 0.197$) en 2010, de la cual la deuda privada asciende a $d_p^* = 8.8$, de acuerdo con el Boletín de Deuda Externa del Banco de la República, y la deuda externa del gobierno central a $d_G^* = 10.9$, de acuerdo con la información sobre finanzas del gobierno central publicadas también en el sitio web del Banco. De esta misma base de datos se obtiene la deuda interna del gobierno central: $b_G = 24.0$, lo que implica $g_F = 0.69$ y $dpp = 0.349$, aunque este último parámetro, interpretado como el nivel financiable de deuda pública, puede tomar otros valores en las simulaciones. Los datos de endeudamiento del gobierno central no incluyen deuda de corto plazo.

Stocks sectoriales de capital, depreciación y retornos. De la versión agregada de las ecuaciones [A44]-[A46] y [A50]-[A52] obtenemos una expresión para el capital total privado en función de la remuneración total del capital y la inversión privada total:

$$k = \frac{\beta}{\gamma(1-\beta)} \left[\left(\frac{1-\tau_K}{1+\tau_I} \right) * (\text{remuneración del capital}) - i_p \right] = 226.0$$

A partir de esas mismas ecuaciones obtenemos una expresión para la tasa promedio de retorno del capital (ecuación [A50]-[A52]): $u = 0.15$ y para la tasa promedio de

depreciación (ecuación [A44]-[A46]): $\delta = 0.07$. A nivel sectorial, suponemos que el capital instalado en cada sector es proporcional a su contribución en el valor agregado total lo que permite estimar, junto con información sectorial sobre remuneración al factor capital, los siguientes valores: $k_1 = 50.3$, $k_2 = 161.0$, $k_3 = 14.8$, $i_1 = 4.6$, $i_2 = 10.7$, $i_3 = 4.0$, $u_1 = 0.158$, $u_2 = 0.128$, $u_3 = 0.365$, $\delta_1 = 0.072$, $\delta_2 = 0.046$ y $\delta_3 = 0.247$. La tasa de depreciación del capital público es tomada de un reporte reciente del FMI sobre infraestructura (Annex I en IMF (2015)): $\delta_G = 0.0351$. La ecuación [A57] permite inferir el tamaño del stock de infraestructura en el estado estacionario inicial: $k_G = 37.7$.

Empleo, consumo y otros impuestos. Dado que los salarios reales estacionarizados son normalizados a la unidad ($w_1 = w_2 = w_3 = 1$), a partir de la Matriz I-O-2010 se obtienen índices sectoriales de empleo total: $h_1 = n_1 = 11.9$, $h_2 = n_2 = 43.1$, $h_3 = n_3 = 0.45$. Adicionalmente, suponemos que el agente Ricardiano y el no-Ricardiano trabajan la misma jornada en cada sector, es decir, $h_i = h_i^{NO} = h_i^O$, $i = \{1,2,3\}$. La elasticidad Frisch de la oferta de trabajo se fijó en 0.69, lo que implica $\varepsilon = 1.455$, valor tomado de Mendoza (1991) y Schmitt-Grohé y Uribe (2015). López y Ortega (1998) estiman que entre el 51% y el 79% del ingreso disponible de las familias colombianas es recibido por consumidores no-Ricardianos. Tomamos $\lambda = 0.65$. La tasa de endeudamiento de la familia no-Ricardiana se mide como la relación entre el saldo de préstamos y el ingreso salarial. De acuerdo con las Cuentas Financieras elaboradas por el Banco de la República, los préstamos en moneda legal (de corto y largo plazo) a los hogares representan en 2010 el 18.7% del PIB. Esto da lugar al siguiente nivel de apalancamiento:

$$\ell = \frac{18.7}{\lambda(\sum_{i=1}^3 W_i h_i^{NO})} = \frac{18.7}{\lambda(\sum_{i=1}^3 h_i^{NO})} = \frac{18.7}{0.65 * 55.5} = 0.52$$

Observe que estamos suponiendo que solo las familias no-Ricardanas se endeudan con el sistema financiero local. De las ecuaciones [A41]-[A43] estimamos los correspondientes parámetros de desutilidad del trabajo no-Ricardiano: $\psi_1^{NO} = 0.027$, $\psi_2^{NO} = 0.004$, $\psi_3^{NO} = 3.156$. La tasa efectiva de tributación sobre el ingreso laboral Ricardiano asciende a:

$$\tau_N = \frac{\text{impuestos sobre la renta laboral}}{(1 - \lambda)(\sum_{i=1}^3 W_i h_i^O)} = \frac{0.93}{0.35 * 55.5} = 4.8\%$$

De la ecuación [A39] obtenemos el consumo de cada agente no-Ricardiano, $c^{NO} = 53.8$, bajo el supuesto que no reciben transferencias de suma fija del gobierno ($t^{NO} = 0$). De [A69] obtenemos el consumo de cada agente Ricardiano, $c^O = 77.7$, lo cual nos permite derivar la tasa de tributación efectiva sobre el consumo:

$$\tau_c = \frac{\text{impuestos sobre el consumo}}{(1 - \lambda)c^O} = \frac{3.0}{0.35 * 77.7} = 11\%$$

y de las ecuaciones [A47]-[A49] obtenemos los parámetros de la función de utilidad de los agentes Ricardianos: $\psi_1^o = 0.023$, $\psi_2^o = 0.004$, $\psi_3^o = 2.71$.

Tecnologías. Explotamos la propiedad de proporciones fijas de las tecnologías. De las condiciones de primer orden de las firmas sabemos que el uso de insumos intermedios domésticos $x_{j,i}$ es proporcional a la producción bruta yy_i (ver ecuaciones [A10] a [A18] del Anexo C). Esto permite estimar los 9 coeficientes técnicos χ_{ji} . Por ejemplo, el coeficiente técnico de uso del bien transable doméstico en la producción no transable ($\chi_{1,2}$) se calcula como:

$$\chi_{1,2} = \frac{x_{1,2}}{yy_2} = \frac{8.8}{109.7} = 0.08$$

Estos son los coeficientes técnicos de insumo-producto estimados: $\chi_{1,1} = 0.251$, $\chi_{1,2} = 0.08$, $\chi_{1,3} = 0$, $\chi_{2,1} = 0.188$, $\chi_{2,2} = 0.253$, $\chi_{2,3} = 0.069$, $\chi_{3,1} = 0.025$, $\chi_{3,2} = 0$ y $\chi_{3,3} = 0.082$. Con la misma lógica se estiman los tres coeficientes técnicos asociados con insumos importados (ecuaciones [A19] a [A21]): $\chi_{M,1} = 0.119$, $\chi_{M,2} = 0.05$ y $\chi_{M,3} = 0$.

La combinación de las ecuaciones [A1]-[A6] permite estimar los tres parámetros α_i , los cuales satisfacen la condición:

$$\frac{\alpha_i}{(1 - \alpha_i)} = \frac{\text{remuneración del capital en sector } i}{\text{remuneración del trabajo en sector } i}$$

Como resultado, $\alpha_1 = 0.399$, $\alpha_2 = 0.323$ y $\alpha_3 = 0.922$. El sector petrolero es el sector más intensivo en el uso de capital y el no transable el menos.

El estado estacionario inicial de los índices de productividad total y sectorial de los factores es igual a la unidad: $A_t^i = A^i = 1$, $\forall i$ y $A_t = A = 1$. La elasticidad del capital público es fijada en $\theta = 0.07$ con base en las estimaciones econométricas de Canning y Fay (1993). De las ecuaciones [A7]-[A9] estimamos los parámetros de escala sectoriales: $A_1 = 1.88$, $A_2 = 1.29$ y $A_3 = 0.48$. Las condiciones [A1]-[A6] se satisfacen a los precios relativos $pp_1 = pp_2 = pp_3 = p_M = 1$ junto con $p^{*oil} = TCR = 1$.

Precios y Agregadores Cobb-Douglas y CES. La elasticidad de sustitución entre variedades es fijada en $\varphi = 6$, de acuerdo con Botman et al. (2006), lo que implica un “mark-up” sobre el correspondiente costo marginal de 1.20. De las ecuaciones [A22]-[A23] obtenemos $p_1 = 1.2$ y $p_2 = 1.2$ y de [A24] $p_M^* = 0.833$. De [A30] calibramos $A_D = 1.2$ para asegurar $p_D = 1$. La elasticidad de sustitución entre bienes transables y no transables ω_D es tomada de Ostry y Reinhart (1992): $\omega_D = 0.75$. De [A28] y [A29] obtenemos $\mu_D = 0.333$, $z_1 = 24.7$ y $z_2 = 49.2$. Estimaciones de la elasticidad de Armington para economías emergentes no hay muchas. Backus et al. (1994) reportan estimaciones de la elasticidad de sustitución entre importaciones y bienes domésticos para los Estados Unidos entre 1 y 2. Tomamos una

posición agnóstica y suponemos $\omega_C = \omega_I = 1.5$. De las ecuaciones [A31] a [A36] calibramos: $(A_I, \mu_I) = (1.010, 0.80)$ y $(A_C, \mu_C) = (1.019, 0.95)$. Esta calibración asegura que en el estado estacionario $p_I = 1$ y $p_C = 1, \forall t$. En relación con el agregador Cobb-Douglas de exportaciones (ecuación [A63]), la ponderación $\mu_E = 0.69$ se obtiene de la relación entre el valor de las exportaciones no petroleras y el valor total de exportaciones. De la mencionada ecuación se obtiene el parámetro de escala $A_E = 1.86$. La calibración asegura que en el estado estacionario $p_E = 1$. De [A77] calibramos $z_G = 10.7$, de [A37] $A_G = 1.2$ y de [A38] $p_G = 1$. Note que los términos de intercambio y el deflactor implícito del PIB también satisfacen las condiciones $TI = 1$ y $p_{PIB} = 1$.

Varias Funciones. En la función de demanda de exportaciones no petroleras, el índice de actividad económica externa es normalizada a la unidad, $y^* = 1$. De [A62] se obtiene el parámetro de escala $A_X = 11.5$. La elasticidad de la demanda de exportaciones al precio relativo se obtiene de Giraldo (2015): $\zeta = 0.471$ (valor absoluto). El parámetro de costos de ajuste en las funciones de acumulación de capital fisco es tomado de Aguiar y Gopinath (2007): $\eta_1 = \eta_2 = \eta_3 = \eta_G = 4.0$. El parámetro que define la magnitud de los costos de ajuste de los precios nominales ha sido estimado por Ireland en 72.01. Sin embargo, de la comparación mecánica de la curva de Phillips neokeynesiana que se obtiene cuando los precios se fijan a la Calvo (1983) y cuando se fijan a la Rotemberg (1982a), podemos concluir que en nuestro modelo con periodicidad anual el parámetro de costos de ajuste de precios debe ser cercano a cero si aceptamos la idea que los agentes cambian los precios más o menos una vez por año. Suponemos $\xi_1 = \xi_2 = \xi_M = 1$. En la regla fiscal, el parámetro de ajuste de gasto es tomado de Corsetti et al. (2009), $\sigma = 0.02$ (valor absoluto). Finalmente, los parámetros de la regla monetaria han sido estimados por Hamann *et al.* (2006): $\iota = 1.675$ y $\varrho = 0.434$.

Capítulo 4: Simulaciones

Para resolver el sistema de ecuaciones con previsión perfecta utilizamos el método desarrollado por Binder y Pesaran (1997) conocido en la literatura como *Quadratic Determinantal Method*. Este método de solución resuelve un sistema lineal multivariado de ecuaciones con expectativas racionales, el cual es especificado en un formato especial conocido como la forma canónica. En consecuencia, debemos reescribir nuestro modelo en la forma canónica para lo cual es necesario linearizar la economía alrededor del estado estacionario:

$$\hat{x}_t = A\hat{x}_{t-1} + B\hat{x}_{t+1} + E_1\hat{w}_t + E_2\hat{w}_{t+1}$$

donde \hat{x}_t es el vector de 81 variables endógenas del modelo en el periodo t y \hat{w}_t es el vector de 30 variables exógenas y A , B , E_1 y E_2 son matrices con las dimensiones apropiadas, las cuales dependen de los parámetros del modelo. Note que ahora las variables están expresadas en términos de desviaciones logarítmicas (desviaciones porcentuales) y en términos de desviaciones absolutas del estado estacionario. Las variables del modelo definidas en tasas (por ejemplo, tasas de tributación y tasas de retorno del capital sectorial) se expresan en términos de desviaciones absolutas. El resto (v.g., tasa bruta de crecimiento, tasa bruta de interés, precios relativos, PIB, etc.), en términos de desviaciones logarítmicas. La solución del sistema de la forma canónica es la siguiente:

$$\hat{x}_t = C\hat{x}_{t-1} + H\hat{w}_t$$

Para la obtención de la solución se requiere resolver la ecuación matricial cuadrática $P(C) = BC^2 - C + A = \mathbf{0}_{81 \times 1}$ y dos sistemas recursivos de ecuaciones. Véase Binder y Pesaran (1997) para la derivación de la solución. Una vez tenemos las matrices C y H podemos simular el modelo.

Partiendo del estado estacionario estimado, digamos \hat{x}_{2010} , y con una estimación de la trayectoria esperada del vector de variables exógenas del año 2011 a 2028, $\{\hat{w}_t\}_{t=2011}^{t=2028}$, con la ayuda de la ecuación anterior podemos construir la trayectoria de las 81 variables endógenas desde el año 2011 al 2028 en términos de desviaciones absolutas o desviaciones porcentuales del estado estacionario. Dado que conocemos los valores de estado estacionario, podemos recuperar el nivel (estacionarizado, si es el caso) de todas las variables. La tabla 4 muestra las 30 variables exógenas sobre las cuales podemos realizar experimentos de política.

A manera de ejemplo ilustraremos cómo se puede utilizar el modelo para el análisis del impacto de la política fiscal y de choques externos a la economía.

Tabla 4: Procesos Exógenos

Variable	Descripción
A_t	Índice de productividad agregada multifactorial
A_t^1	Índice de productividad específica a sector 1
A_t^2	Índice de productividad específica a sector 2
A_t^3	Índice de productividad específica a sector 3
$\gamma_{L,t}$	Tasa bruta de crecimiento del crédito a la familia no-Ricardiana
g_t^{exo}	Gasto crte como % del PIB dado exógenamente u observado
$g_{F,t}$	% de financiación del gobierno con bonos domésticos
$g_{I,t}$	Gasto en infraestructura como % del PIB nominal
p_t^{*oil}	Precio del petróleo en el mercado internacional
$p_{C,t}^*$	Precio externo de la canasta externa de bienes de consumo
$\pi_{C,t}^*$	Tasa de inflación externa
$p_{M,t}^*$	Precio externo de las importaciones
R_t^*	Tasa bruta de interés externa
R_t^{exo}	Tasa bruta de interés nominal dada exógenamente u observada
$\tau_{C,t}$	Tasa efectiva de tributación del consumo
$\tau_{I,t}$	Tasa efectiva de tributación de la inversión
$\tau_{K,t}$	Tasa efectiva de tributación de la renta de capital
$\tau_{N,t}$	Tasa efectiva de tributación del ingreso laboral
$\tau_{C,t}^M$	Arancel efectivo sobre bienes de consumo importados
$\tau_{I,t}^M$	Arancel efectivo sobre bienes de capital y equipo importados
$\tau_{1,t}^{MX}$	Arancel efectivo sobre materias primas importadas de sector 1
$\tau_{2,t}^{MX}$	Arancel efectivo sobre materias primas importadas de sector 2
$\tau_{3,t}^{MX}$	Arancel efectivo sobre materias primas importadas de sector 3
$\tau_{1,t}^X$	Tasa de tributación del consumo intermedio del sector 1
$\tau_{2,t}^X$	Tasa de tributación del consumo intermedio del sector 2
$\tau_{3,t}^X$	Tasa de tributación del consumo intermedio del sector 3
t_t^{NO}	Transferencias recibidas por la familia no-Ricardiana
t_t^O	Transferencias recibidas por la familia Ricardiana
v_t	Pago de dividendos como % de la renta de capital del sector 2
y_t^*	PIB externo

EXPERIMENTO 1:

El primer experimento consiste en estimar el efecto del choque petrolero que se inicia en el año 2015 con el derrumbe del precio promedio nominal anual⁸ a US\$50.8 por barril cuando en 2012 su nivel era de US\$105. Los participantes del mercado no proyectan, en el mediano plazo, una recuperación de los precios hacia los altos niveles de comienzos de la década. En forma consistente con el modelo, el precio del petróleo relevante se define como

⁸ Promedio de las cotizaciones de los precios *spot* del Brent, Dubai y WTI. Fuente: base de datos de precios de *commodities* del Banco Mundial.

un precio real, es decir, como la relación entre el precio nominal en dólares y el IPC de los Estados Unidos. La fuente de información tanto de precios del *commodity* como del IPC es la base de datos del WEO (IMF, 2017), la cual incluye datos observados hasta 2016 y proyecciones entre 2017 y 2022. Después de 2022 suponemos que el precio relativo permanece constante. La Figura 2 muestra la trayectoria del precio relativo del petróleo entre 2010 y 2028 expresado como desviación porcentual del nivel de 2010.

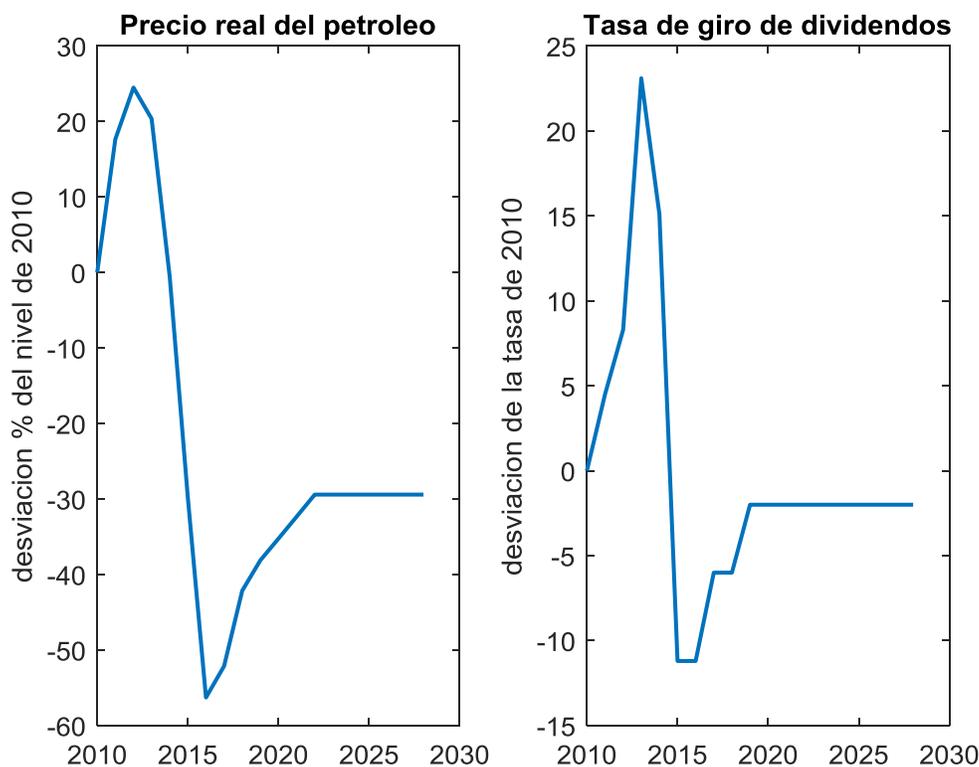
El experimento también requiere especificar la trayectoria de otras dos variables exógenas. La primera es la tasa de giro de dividendos de Ecopetrol al gobierno central (v_t). Con información sobre la liquidación de dividendos reportada en varias ediciones del MFMP podemos estimar cómo cambia la tasa de dividendos después de 2010, cuando fue estimada en 11.3%. La tasa subió a 34% en 2014 y cayó a cero en 2015. Suponemos que en el mediano plazo la tasa de entrega de utilidades se ubica dos puntos porcentuales por debajo del nivel 2010 (e. g., 9.3%). El gráfico 2, panel de la derecha, muestra la trayectoria entre 2010 y 2028 de la tasa de dividendos medida en términos de desviaciones absolutas en relación con el nivel de 2010. La relación entre las dos series de la gráfica es clara.

La segunda variable exógena a especificar es la productividad total de los factores (A_t). Para el modelo es muy difícil explicar el salto entre la tasa de crecimiento de 2011 (6.6%) y la de 2010, cuando supone que en este último año la economía crece a la tasa de estado estacionario (3.4%). Esto se resuelve naturalmente mediante la introducción de un incremento en la productividad total de los factores de 1% en 2011 y 2012 en relación con el nivel de 2010. En todos los demás años la variable toma el valor cero. Es natural porque existe enorme evidencia en la literatura sobre la prociclicidad de la productividad total de los factores⁹.

La Figura 3 muestra la respuesta de las variables fiscales al choque petrolero. Las gráficas reportan el balance primario, el total (inclusive de intereses de deuda) y la deuda neta del gobierno central, expresados como porcentaje del PIB. La línea continua (azul) muestra las predicciones del modelo entre 2010 y 2028. La línea continua roja que se extiende entre 2010 y 2016 muestra los datos observados. Los datos de deuda provienen de la base de datos del Banco de la República. La línea verde con estrellas en el tercer panel muestra la relación de endeudamiento proyectada por el gobierno en el MFMP (2017). Manteniendo todo lo demás constante, la figura muestra que el choque petrolero tenía el poder de hacer insostenibles las finanzas públicas del gobierno central si no se tomaban medidas compensatorias.

Figura 2: Trayectoria de las Variables Exógenas en Experimento 1

⁹ Una alternativa es estimar directamente la TPF.

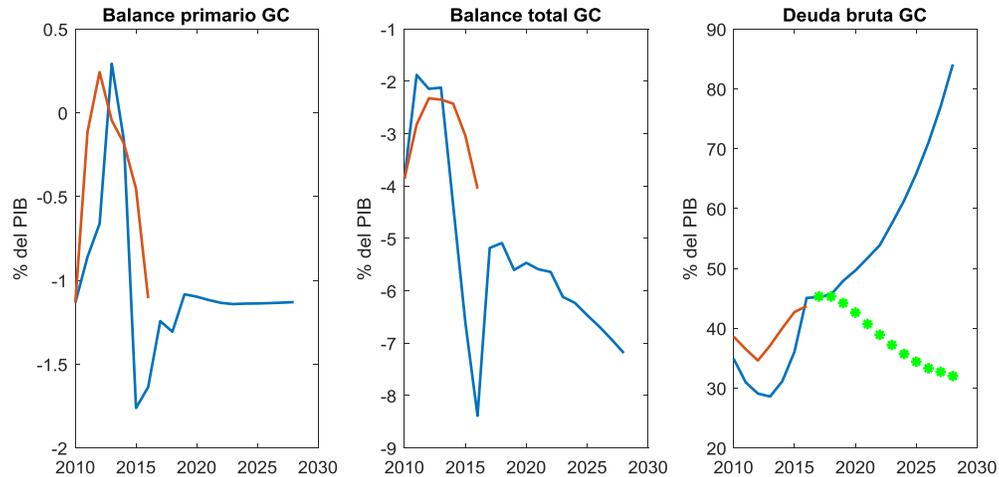


Experimento 2:

Relativo al 2010, el gasto total del gobierno central ha aumentado. La suma del gasto observado de inversión más el de mantenimiento ha pasado de 14.9% del PIB en 2010 a 16% en 2016. El pago de intereses también ha aumentado: de 2.7% a 2.9% del PIB. Si dejáramos de lado el supuesto de que el gasto se mantiene en los niveles de 2010, el deterioro que mostraría la Figura 3 sería aún mayor.

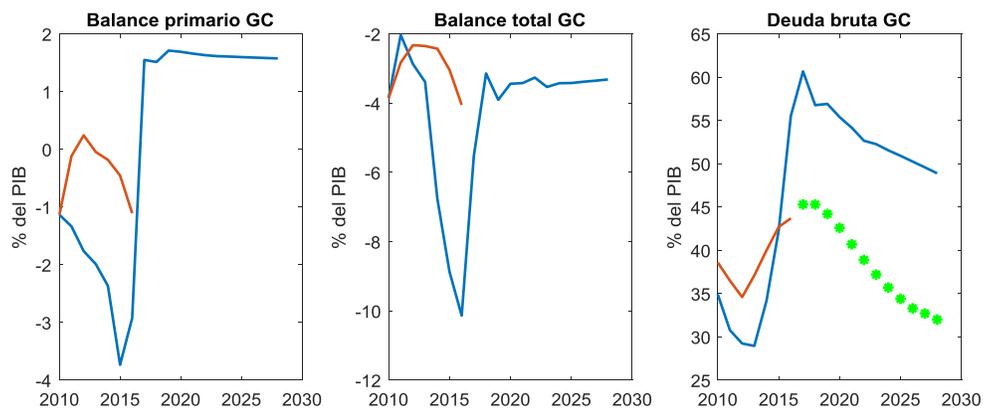
En materia tributaria, la principal medida ha sido el aumento de la tasa estándar del IVA en 3 puntos porcentuales. El documento de Artículo IV (IMF, 2017) estima que esta reforma aumentará el recaudo en 0.67% PIB por año. Un monto similar es reportado por la Comisión de Expertos para la Equidad y la Competitividad Tributaria. Dado que el recaudo de IVA asciende a 5.1% PIB a finales de 2016, la reforma equivale aproximadamente a un incremento de la tasa de IVA de 13.1 puntos porcentuales.

Figura 3: Balance Primario, Total y Deuda Neta del Gobierno Central en Experimento 1



El experimento 2 realiza dos modificaciones al diseño del experimento 1: 1) se diseña una nueva trayectoria de gastos en la que se toman los datos efectivamente observados de gastos de funcionamiento e inversión, como porcentaje del PIB, entre 2010 y 2016. De 2016 en adelante se supone que los gastos permanecen constantes. No se toma la trayectoria de gasto del MFMP (2017) porque los grandes ajustes que allí se suponen deberán ser ejecutados por futuras administraciones. 2) A partir de 2017 hay un incremento permanente de la tasa de IVA en 0.131.

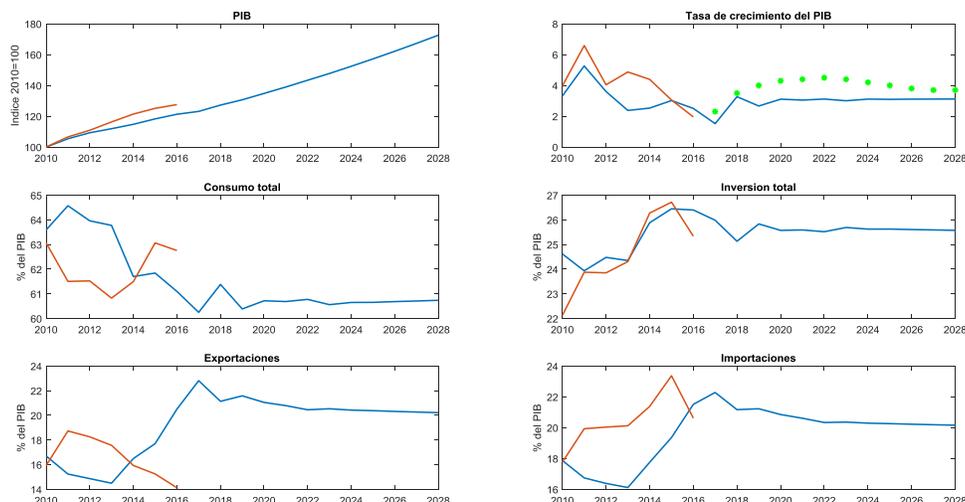
Figura 4: Balance Primario, Total y Deuda Neta del Gobierno Central en Experimento 2



La Figura 4 muestra que la reforma tributaria ha servido para mejorar la sostenibilidad de las finanzas del gobierno central. Sin embargo, el modelo proyecta que en el futuro cercano la deuda seguirá creciendo y solo será hasta cuando la economía recobre su senda de crecimiento de largo plazo que la deuda volverá a caer en relación con el tamaño de la economía. Note la diferencia entre los dos escenarios. El pronóstico del modelo supone que el gasto primario se mantiene en 16% del PIB en el futuro. El MFMP (2017) supone que desde el año 2019 el gasto se estabiliza en 14.9% del PIB.

En este experimento, la evolución de otros agregados macro es la siguiente:

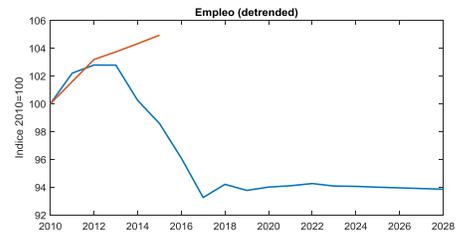
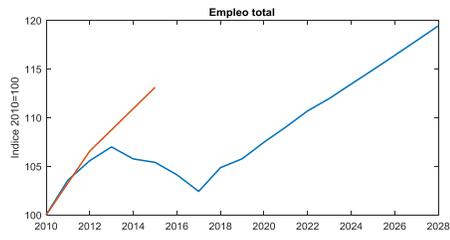
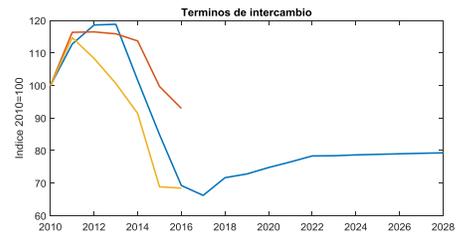
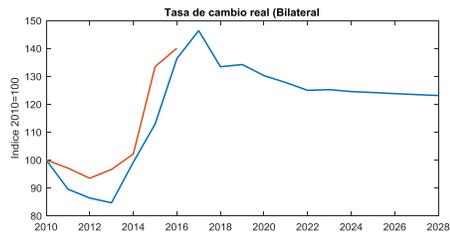
Figura 5a: Agregados Macroeconómicos



La Figura 5a muestra la evolución del PIB real, la tasa de crecimiento real del PIB y los principales componentes de la demanda agregada: consumo, inversión, exportaciones e importaciones, todos como proporción del PIB, en términos nominales. (Recuerde que cuando las cuentas nacionales usan ponderaciones en cadena, las relaciones entre variables reales y el PIB real ya no son buenos indicadores de la composición del PIB). La línea punteada en la gráfica de la tasa de crecimiento muestra la tasa usada en las proyecciones del MFMP (2017). Como se mencionó anteriormente, el modelo tiende a subestimar la tasa de crecimiento real, aunque el propósito de los experimentos realizados no ha sido el de minimizar esa diferencia. Igualmente, el modelo subestima el déficit observado de la balanza comercial. Los datos muestran hechos difíciles de reconciliar en un modelo: a pesar de una sustancial devaluación real, las exportaciones han tendido a caer mientras las importaciones aumentan, lo que incrementa del déficit comercial. El modelo sugeriría que próximamente deberíamos comenzar a observar una mejoría en las exportaciones netas.

La Figura 5b muestra los pronósticos del modelo y los datos observados para variables como la tasa de cambio real bilateral, los términos de intercambio, el empleo total y el empleo cíclico (sin tendencia). El modelo captura muy bien la evolución de las dos primeras. En el caso de las variables de empleo sorprende la fortaleza observada en los datos. A pesar de la magnitud del choque sufrido por la economía, el empleo permanece en niveles altos. El modelo sugeriría que en el futuro cercano deberíamos comenzar a observar debilidad en la creación de puestos de trabajo.

Figura 5b: Otras Variables Macroeconómicas



Conclusiones

Este trabajo desarrolla un modelo de equilibrio general dinámico de la economía colombiana para el estudio de los efectos cuantitativos de la política económica. El uso del modelo es ilustrado en dos experimentos donde se evalúa el efecto sobre las finanzas del gobierno central del reciente choque petrolero y las respuestas de las autoridades.

Es importante entender el alcance del modelo. Los experimentos de política no buscan replicar el comportamiento observado de la economía colombiana. En realidad, son innumerables los posibles choques que pueden golpear una economía que van desde factores psicológicos, de difícil cuantificación, como el sentimiento del mercado y los espíritus animales de Keynes, hasta factores objetivos y medibles como un incremento en una tasa de tributación o en la tasa de interés mundial. El modelo solo captura un subconjunto pequeño de tales fuerzas. El objetivo de los experimentos, en consecuencia, es desentrañar el posible impacto cuantitativo de algunos choques particulares y comprender las tendencias que ellos le podrían transmitir al comportamiento esperado de mediano plazo de la economía colombiana.

Bibliografía

Adelman, I. y S. Robinson (1975): *A Wage and Price Endogenous General Equilibrium Model of a Developing Country: Factors Affecting the Distribution of Income in the Short Run*, World Bank, Development Research Center.

Adelman, I. y S. Robinson (1978): *Income Distribution Policy in Developing Countries: A Case Study of Korea*, Oxford: Oxford University Press.

Aguiar, M. y G. Gopinath (2007): “Emerging Market Business Cycle”, *Journal of Political Economy*, vol. 115, p. 69-102.

Ahmed, F. (1974): *Migration and Employment in a Multisector Model: An application to Bangladesh*, Princeton University, Unpublished Ph.D. Dissertation.

Argüello, R. (2011): “The International Economic Crisis and the Colombian Economy”, Universidad del Rosario, Serie Documentos de Trabajo # 98.

Arora, V. (2013): “An Evaluation of Macroeconomic Models for Use at EIA”, U.S. Energy Information Administration, working paper.

Binder, M. and H. Pesaran (1997): “Multivariate Linear Rational Expectations Models: Characterization of the Nature of the Solutions and Their Fully Recursive Computation”, *Econometric Theory*, vol. 13, p. 877-88.

Bonaldi, P. (2010): “Identification Problems in the Solution of Linearized DSGE Models”, Banco de la República, Borradores de Economía # 593.

Bonaldi, P., A. González, J. Prada, D. Rodríguez y L. Rojas (2009): “Método Numérico para la Calibración de un Modelo DSGE”, Banco de la República, Borradores de Economía # 548.

Botman, D., D. Laxton, D. Muir y A. Romanov: (2006): “A New-Open-Economy-Macro Model for fiscal Policy Evaluation”, IMF, Working Paper # WP/06/45.

Burfisher, M. (2011): *Introduction to Computable General Equilibrium Models*, New York: Cambridge University Press.

Bussolo, M. y R. Correa (1998): “A 1994 Detailed Social Accounting Matrix for Colombia”, FEDESARROLLO, Serie Documentos de Trabajo # 10.

Bustamante, C. (2011): “Política Monetaria Contracíclica y Encaje Bancario”, Banco de la República, Borradores de Economía # 646.

- Calvo, G. (1983): “Staggered Prices in a Utility-Maximizing Framework”, *Journal of Monetary Economics*, vol. 12, 383-398.
- Campbell, J. y G. Mankiw (1989): “Consumption, Income and Interest Rates: Reinterpreting the Times Series Evidence”, *NBER Macroeconomics Annual*, vol. 4, p. 185-246.
- Canning, D. y M. Fay (1993): “The Effect of Transportation Networks on Economic Growth”, Columbia University Academic Commons, working paper.
- Castro, F. (2013): *Impacto Macroeconómico del Proyecto de Modernización de la Refinería de Barrancabermeja*, FEDESARROLLO.
- Céspedes, E. (2011): “Una Matriz de Contabilidad Social con Informalidad 2007: Documentación Técnica, DNP, Archivos de Economía #37.
- Christiano, L. y M. Eichenbaum (1992): “Liquidity Effects and the Monetary Transmission Mechanism”, *American Economic Review*, vol. 82, p. 346-363.
- Christiano, L., M. Eichenbaum y C. Evans (2005): “Nominal Rigidities and the Dynamic Effects of a Shock to Monetary Policy”, *Journal of Political Economy*, vol. 113, p. 1-45.
- Cicowiez, M. y M. Sánchez (2009): “MACEPES: Manual del Usuario”, en *Implicaciones de la Política Macroeconómica, los Choques Externos, y los Sistemas de Protección Social en la Pobreza, la Desigualdad y la Vulnerabilidad en América Latina y el Caribe*, CEPAL.
- Corredor, D. y O. Pardo (2008): “Matrices de Contabilidad Social 2003, 2004 y 2005 para Colombia”, DNP, Archivos de Economía # 339.
- Corsetti, G., A. Meier y G. Muller (2009): “Fiscal Stimulus with Spending Reversals”, IMF, Working Paper # WP/09/106.
- Dervis, K. (1973): *Substitution, Employment and Intertemporal Equilibrium in a Non-Linear Multi-Sector Planning Model for Turkey*, Princeton University, Unpublished Ph.D. Dissertation.
- Diamond, P. y J. Mirrlees (1971): “Optimal Taxation and Public Production I: Production Efficiency”, *American Economic Review*, vol. 61, p. 8-27.
- Diamond, P. y J. Mirrlees (1976): “Private Constant Returns and Public Shadow Prices”, *Review of Economic Studies*, vol. 43, p. 41-78.
- Dixon, P. (2006): “Evidence-based Trade Policy Decision Making in Australia and the Development of Computable General Equilibrium Modelling”, Monash University, Centre of Policy Studies, General Working Paper # G-163.

- Eichengreen, B. y A. Mody (2000): “Lending Booms, Reserves and the Sustainability of Short-Term Debt: Inferences from the Pricing of Syndicated Bank Loans”, *Journal of Development Economics*, vol. 63, p. 5-44.
- Evans, G. y S. Honkapohja (2005): “An Interview with Thomas J. Sargent”, *Macroeconomic Dynamics*, vol. 9, p. 561-583.
- Galí, J. (2011): “Are Central Bank’s Projections Meaningful?”, *Journal of Monetary Economics*, vol. 58, p. 537-550.
- Galí, J., D. López-Salido y J. Vallés (2004): “Rule-of-Thumb Consumers and the Design of Interest Rate Rules”, *Journal of Money, Credit and Banking*, vol. 36, p. 739-763.
- Galí, J., D. López-Salido y J. Vallés (2007): “Understanding the Effects of Government Spending on Consumption”, *Journal of the European Economic Association*, vol. 5, p. 227-270.
- Girado, I (2015): “Determinantes de las Exportaciones Manufactureras de Colombia: Un Estudio a partir de un Modelo de Ecuaciones Simultáneas”, FEDESARROLLO, Documento de Trabajo # 69.
- Glomm, G. y B. Ravikumar (1994): “Public Investment in Infrastructure in a Simple Growth Model”, *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol. 18, p. 1173-1188.
- Glomm, G. y B. Ravikumar (1997): “Productive Government Expenditures and Long-Run Growth”, *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol. 21, p. 183-204.
- Gómez, H. y R. Steiner (2015): “La Reforma Tributaria y su Impacto sobre la Tasa Efectiva de Tributación de las Firmas en Colombia”, FEDESARROLLO, *Coyuntura Económica*, vol. XLV, p. 13-44.
- González, A., L. Mahadeva, J. Prada y D. Rodríguez (2011): “Policy Analysis Tool Applied to Colombian Needs: PATACON Model Description”, Banco de la República, *Ensayos sobre Política Económica*, vol. 29, p. 222-245.
- Greenwood, J., Z. Hercowitz y G. Huffman (1988): “Investment, Capacity Utilization, and the Real Business Cycle”, *American Economic Review*, vol. 78, p. 402-417.
- Hall, R. (2011): “The Long Slump”, *American Economic Review*, vol. 101, p.431-469. 2011 AEA Presidential Address.
- Hamann, F., J. Pérez y D. Rodríguez (2006): “Bringing a DSGE Model into Policy Environment in Colombia”, Banco de la República, mimeo.

International Monetary Fund (2015): *Making Public Investment More Efficient*, Staff Report, June, Washington, D.C.: International Monetary Fund.

IMF (2017): *Colombia: Staff Report for the 2017 Article IV Consultation*, IMF Country Report No. 17/138, Washington, D.C.: International Monetary Fund.

Johansen, L. (1960): “A Multi-Sectoral Study of Economic Growth”, en *Contributions to Economic Analysis*, Amsterdam: North Holland.

Kollmann, R. (2002): “Monetary Policy Rules in the Open Economy: Effects on Welfare and Business Cycles”, *Journal of Monetary Economics*, vol. 49, p. 989-1015.

Kydland, F. and E. Prescott (1982): “Time to Build and Aggregate Fluctuations”, *Econometrica*, vol. 50, p. 1345-1370.

Leontief, W. (1951): *The Structure of the American Economy, 1919-1939: An Empirical Application of Equilibrium Analysis*, New York: Oxford University Press.

Long, J. y C. Plosser (1983): “Real Business Cycles”, *Journal of Political Economy*, vol. 91, p. 39-69.

López, A. y R. Ortega (1998): “Private Saving in Colombia”, IMF, Working Paper # WP/98/171.

López, M., J. Prada y N. Rodríguez (2008): “Financial Accelerator Mechanism in a Small Open Economy”, Banco de la República, Borradores de Economía # 525.

Lora, E. (1989): *Real and Financial Interactions in a Computable General Equilibrium Model for Colombia*, FEDESARROLLO.

Lora, E. y A. Herrera (1994): “Ingresos Rurales y Evolución Macroeconómica”, en C. González y C. Jaramillo (eds.) *Competitividad sin Pobreza: Estudio para el Desarrollo del Campo en Colombia*, Bogotá: DNP, FONADE y Tercer Mundo.

Lucas, R. (1972): “Expectations and the Neutrality of Money”, *Journal of Economic Theory*, vol. 4, p. 103-124.

Lucas, R. (1976): “Econometric Policy Evaluation: A Critique”, en K. Brunner y A. Meltzer (eds.) *The Phillips Curve and Labor Markets*, Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy, vol. 1, p. 19-46.

Lucas, R. y E. Prescott (1971): “Investment under Uncertainty”, *Econometrica*, vol. 39, p. 659-681.

Mahadeva, L. y J. Parra (2008): “Testing a DSGE Model and its Partner Database”, Banco de la República, Borradores de Economía # 479.

Mankiw, G y R. Reis (2002): “Sticky Information Versus Sticky Prices: A Proposal to Replace the New Keynesian Phillips Curve”, *The Quarterly Journal of Economics*, vol. 117, p. 1295-1328.

Martínez, A. y J. Malagón (2014): *Impacto Económico y Social del Puerto de Cartagena*, FEDESARROLLO.

Mendoza, E. (1991): “Real Business Cycles in a Small Open Economy”, *American Economic Review*, vol. 81, p. 797-818.

Ministerio de Hacienda (2016): “Por el Empleo y la Inversión: Reforma Tributaria Estructural”, Presentación de powerpoint de la propuesta de proyecto de ley de reforma tributaria estructural, octubre 20.

http://www.minhacienda.gov.co/HomeMinhacienda/ShowProperty?nodeId=%2FOCS%2FP_MHCP_WCC-059075%2F%2FidcPrimaryFile&revision=latestreleased

Mitra-Kahn, B. (2008): “Debunking the Myths of Computable General Equilibrium Models”, New School for Social Research, Schwarz Center for Economic Policy Analysis, Working Paper # 2008-1.

Muth, J. (1961): “Rational Expectations and the Theory of Price Movements”, *Econometrica*, vol. 29, p. 315-335.

Neumeyer, P. y F. Perri (2005): “Business Cycles in Emerging Economies: The Role of Interest Rates”, *Journal of Monetary Economics*, vol. 52, 345-380.

Ostry, J., A. Ghosh, J. Kim y M. Qureshi (2010): “Fiscal Space”, IMF Staff Position Note, SPN/10/11.

Ostry, J., A. Ghosh y R. Espinoza (2015): “When Should Public Debt be Reduced”, IMF Staff Discussion Note, SDN/15/10.

Ostry, J. y C. Reinhart (1992): “Private Saving and Terms of Trade Shocks: Evidence from Developing Countries”, International Monetary Fund, *Staff Papers*, vol. 39, p. 495-517.

Parra, J. (2008): “Hechos Estilizados de la Economía Colombiana: Fundamentos Empíricos para la Construcción y Evaluación de un Modelo DSGE”, Banco de la República, Borradores de Economía # 509.

Pérez, D. (2009): “Una aproximación para Analizar la Estabilidad Financiera por Medio de un Modelo DSGE”, Banco de la República, Reporte de Estabilidad Financiera, marzo.

Prescott, E. (1986): “Theory ahead of Business Cycle Measurement”, Federal Reserve Bank of Minneapolis, *Quarterly Review*, vol. 10, p. 9-22.

- Ramsey, F. (1928): “A Mathematical Theory of Saving”, *The Economic Journal*, vol. 38, p. 543-559.
- Rincón, H., D. Rodríguez, J. Toro y S. Téllez (2014): “FISCO: Modelo Fiscal para Colombia”, Banco de la República, Borradores de Economía # 855.
- Rioja, F. (2004): “Infrastructure and Sectoral Output along the Road to Development”, *International Economic Journal*, vol. 18, p. 49-64.
- Rotemberg, J. (1982a): “Monopolistic Price Adjustment and Aggregate Output”, *The Review of Economic Studies*, vol. 4, p. 517-531.
- Rotemberg, J. (1982b): Sticky Prices in the United States. *The Journal of Political Economy*, vol. 90, p. 1187-1211.
- Schmitt-Grohé, S. y M. Uribe (2015): “How Important are Terms of Trade Shocks”, NBER, Working Paper # 21253.
- Slanicay, M. (2014): “Some Notes on Historical, Theoretical, and Empirical Background of DSGE Models”, *Review of Economic Perspectives*, vol. 14, 145-164.
- Smets, F. y R. Wouters (2007): “Shocks and Frictions in US Business Cycles: A Bayesian DSGE Approach”, *American Economic Review*, vol. 97, p. 586-606.
- Stone, R. (1961): *Input-Output and National Accounts*, Paris: Organization for European Economic Cooperation.
- Stone, R. y A. Brown (1962) *A Computable Model of Economic Growth*, (A Programme for Growth, vol. I), London: Chapman and Hall.
- Taylor, L. y S. Black (1974): “Practical General Equilibrium Estimation of Resource Pulls under Trade Liberalizations”, *Journal of International Economics*, vol. 4, p. 37-58.
- Taylor, L. y F. Lysy (1979): “Vanishing Income Redistributions: Keynesian Clues about Model Surprises in the Short Run”, *Journal of Development Economics*, vol. 6, p. 11-29.
- Uribe, M. y V. Yue (2006): “Country Spreads and Emerging Countries: Who Drives Whom?”, *Journal of International Economics*, vol. 69, p. 6-36.
- Velasco, A. y C. Cárdenas (2015): “A Macro CGE Model for the Colombian Economy”, Banco de la República, Borradores de Economía # 863.
- Villar, L., F. Castro, D. Forero, J. Ramírez y M. Reina (2014): *Evaluación de la Contribución Económica del Sector de Hidrocarburos Colombiano frente a Diversos Escenarios de Producción*, FEDESARROLLO-UPME.

Anexos

A. Sistema de Ecuaciones del Modelo

Firmas sectoriales, $\forall i, i = \{1,2,3\}$:

$$P_{C,t}u_{i,t} = (PP_{i,t} - (1 + \tau_{i,t}^X) \sum_{j=1}^3 \chi_{ji} PP_{j,t} - \chi_{Mi} (1 + \tau_{i,t}^{MX}) P_{M,t}) \alpha_i \frac{YY_{i,t}}{K_{i,t-1}} \quad [1]-[3]$$

$$P_{C,t}W_{i,t} = (PP_{i,t} - (1 + \tau_{i,t}^X) \sum_{j=1}^3 \chi_{ji} PP_{j,t} - \chi_{Mi} (1 + \tau_{i,t}^{MX}) P_{M,t}) (1 - \alpha_i) \frac{YY_{i,t}}{n_{i,t}} \quad [4]-[6]$$

$$YY_{i,t} = A_t^i A_i \mathbb{K}_{i,t-1}^\theta K_{i,t-1}^{\alpha_i} (\gamma^t n_{i,t})^{1-\alpha_i} \quad [7]-[9]$$

$$X_{1,i,t} = \chi_{1i} YY_{i,t} \quad [10]-[12]$$

$$X_{2,i,t} = \chi_{2i} YY_{i,t} \quad [13]-[15]$$

$$X_{3,i,t} = \chi_{3i} YY_{i,t} \quad [16]-[18]$$

$$M_{i,t} = \chi_{Mi} YY_{i,t} \quad [19]-[21]$$

$$PP_{3,t} = S_t P_t^{*oil} \quad [22]$$

$$A_t^i = A_t^i A_t \quad [23-25]$$

$$\mathbb{K}_{t-1} = \frac{K_{G,t-1}}{\gamma^{(1-\phi)t} [\sum_j K_{j,t-1}]^\phi} \quad [26]$$

Mayoristas, minoristas e importadores, $i = \{1,2\}$:

$$P_{i,t} = \left\{ \frac{(\varphi - 1)}{\varphi} + \frac{\xi_i}{\varphi} \left(\frac{\pi_{i,t}}{\pi_C} - 1 \right) \left(\frac{\pi_{i,t}}{\pi_C} \right) - \beta \frac{\xi_i}{\varphi} \frac{\Omega_{t+1}}{\Omega_t} \left(\frac{\pi_{i,t+1}}{\pi_C} - 1 \right) \left(\frac{\pi_{i,t+1}}{\pi_C} \right) \left(\frac{\pi_{i,t+1}}{\pi_{C,t+1}} \right) \left(\frac{Y_{i,t+1}}{Y_{i,t}} \right) \right\}^{-1} PP_{i,t} \quad [27]-[28]$$

$$P_{M,t} = \left\{ \frac{(\varphi - 1)}{\varphi} + \frac{\xi_M}{\varphi} \left(\frac{\pi_{M,t}}{\pi_C} - 1 \right) \left(\frac{\pi_{M,t}}{\pi_C} \right) - \beta \frac{\xi_M}{\varphi} \frac{\Omega_{t+1}}{\Omega_t} \left(\frac{\pi_{M,t+1}}{\pi_C} - 1 \right) \left(\frac{\pi_{M,t+1}}{\pi_C} \right) \left(\frac{\pi_{M,t+1}}{\pi_{C,t+1}} \right) \left(\frac{M_{t+1}}{M_t} \right) \right\}^{-1} S_t P_{M,t}^* \quad [29]$$

$$\pi_{C,t} = \frac{P_{C,t}}{P_{C,t-1}} \quad [30]$$

$$\pi_{i,t} = \frac{P_{i,t}}{P_{i,t-1}} \quad [31]-[32]$$

$$\pi_{M,t} = \frac{P_{M,t}}{P_{M,t-1}} \quad [33]$$

El bien doméstico

$$Z_{1,t} = \mu_D A_D^{\omega_D - 1} \left[\frac{P_{1,t}}{P_{D,t}} \right]^{-\omega_D} Y_{D,t} \quad [34]$$

$$Z_{2,t} = (1 - \mu_D) A_D^{\omega_D - 1} \left[\frac{P_{2,t}}{P_{D,t}} \right]^{-\omega_D} Y_{D,t} \quad [35]$$

$$P_{D,t} = A_D^{-1} \left[\mu_D (P_{1,t})^{1-\omega_D} + (1 - \mu_D) (P_{2,t})^{1-\omega_D} \right]^{\frac{1}{1-\omega_D}} \quad [36]$$

El bien de inversión

$$D_{I,t} = \mu_I A_I \omega_I^{-1} \left[\frac{P_{D,t}}{P_{I,t}} \right]^{-\omega_I} Y_{I,t} \quad [37]$$

$$M_{I,t} = (1 - \mu_I) A_I \omega_I^{-1} \left[\frac{(1 + \tau_{I,t}^M) P_{M,t}}{P_{I,t}} \right]^{-\omega_I} Y_{I,t} \quad [38]$$

$$P_{I,t} = A_I^{-1} \left[\mu_I (P_{D,t})^{1-\omega_I} + (1 - \mu_I) \left((1 + \tau_{I,t}^M) P_{M,t} \right)^{1-\omega_I} \right]^{\frac{1}{1-\omega_I}} \quad [39]$$

El bien de consumo

$$D_{C,t} = \mu_C A_C \omega_C^{-1} \left[\frac{P_{D,t}}{P_{C,t}} \right]^{-\omega_C} Y_{C,t} \quad [40]$$

$$M_{C,t} = (1 - \mu_C) A_C \omega_C^{-1} \left[\frac{(1 + \tau_{C,t}^M) P_{M,t}}{P_{C,t}} \right]^{-\omega_C} Y_{C,t} \quad [41]$$

$$P_{C,t} = A_C^{-1} \left[\mu_C (P_{D,t})^{1-\omega_C} + (1 - \mu_C) \left((1 + \tau_{C,t}^M) P_{M,t} \right)^{1-\omega_C} \right]^{\frac{1}{1-\omega_C}} \quad [42]$$

El bien de consumo del gobierno

$$Y_{G,t} = A_G Z_{G,t} \quad [43]$$

$$P_{G,t} = \frac{P_{2,t}}{A_G} \quad [44]$$

Familias No-Ricardianas

$$P_{C,t} C_t^{NO} = \left(1 - \left(\frac{R_t}{\pi_{C,t}} - \gamma_{L,t} \right) \ell_t \right) P_{C,t} \left(\sum_{i=1}^3 W_{i,t} h_{i,t}^{NO} \right) + T_t^{NO} \quad [45]$$

$$\ell_{t+1} = \ell_t \gamma_{L,t} \left(\frac{\sum_{i=1}^3 W_{i,t} h_{i,t}^{NO}}{\sum_{i=1}^3 W_{i,t+1} h_{i,t+1}^{NO}} \right) \quad [46]$$

$$\gamma^t \psi_i^{NO} (h_{i,t}^{NO})^\varepsilon = \left(1 - \ell_t \left(\frac{R_t}{\pi_{C,t}} - \gamma_{L,t} \right) \right) W_{i,t} \quad \forall i \quad [47]-[49]$$

Familias Ricardianas

$$K_{i,t}^O = (1 - \delta_i) K_{i,t-1}^O + I_{i,t}^O - \frac{\eta_i}{2} \left(\frac{I_{i,t}^O}{K_{i,t-1}^O} - \gamma + (1 - \delta_i) \right)^2 K_{i,t-1}^O \quad \forall i \quad [50]-[52]$$

$$\gamma^t \psi_i^O (h_{i,t}^O)^\varepsilon = \left(\frac{1 - \tau_{N,t}}{1 + \tau_{C,t}} \right) W_{i,t} \quad \forall i \quad [53]-[55]$$

$$\frac{\frac{(1+\tau_{I,t})P_{I,t}}{(1+\tau_{C,t})P_{C,t}}}{\left[C_t^O - \frac{\gamma^t \sum_{j=1}^3 \psi_j^O (h_{j,t}^O)^{1+\varepsilon}}{1+\varepsilon} \right] \left[1 - \eta_i \left(\frac{I_{i,t}^O}{K_{i,t-1}^O} - \gamma + (1 - \delta_i) \right) \right]} = \quad [56]-[58]$$

$$\begin{aligned}
& \left[\frac{\beta}{C_{t+1}^O - \frac{\gamma^{t+1} \sum_{j=1}^3 \psi_j^O (h_{j,t+1}^O)^{1+\varepsilon}}{1+\varepsilon}} \right] \left\{ \left(\frac{1-\tau_{K,t+1}}{1+\tau_{C,t+1}} \right) u_{i,t+1} + \frac{\frac{(1+\tau_{I,t+1})P_{I,t+1}}{(1+\tau_{C,t+1})P_{C,t+1}}}{\left[1-\eta_i \left(\frac{I_{i,t+1}^O}{K_{i,t}^O} - \gamma + (1-\delta_i) \right) \right]} \right\} \left[1 - \right. \\
& \left. \delta_i - \frac{\eta_i}{2} \left(\frac{I_{i,t+1}^O}{K_{i,t}^O} - \gamma + (1-\delta_i) \right)^2 + \eta_i \left(\frac{I_{i,t+1}^O}{K_{i,t}^O} - \gamma + (1-\delta_i) \right) \frac{I_{i,t+1}^O}{K_{i,t}^O} \right] \quad \forall i \\
1 = \beta & \left(\frac{1+\tau_{C,t}}{1+\tau_{C,t+1}} \right) \left(\frac{P_{C,t}}{P_{C,t+1}} \right) \left(\frac{C_t^O - \frac{\gamma^t \sum_{j=1}^3 \psi_j^O (h_{j,t}^O)^{1+\varepsilon}}{1+\varepsilon}}{C_{t+1}^O - \frac{\gamma^{t+1} \sum_{j=1}^3 \psi_j^O (h_{j,t+1}^O)^{1+\varepsilon}}{1+\varepsilon}} \right) R_t^W \frac{S_{t+1}}{S_t} \quad [59] \\
1 = \beta & \left(\frac{1+\tau_{C,t}}{1+\tau_{C,t+1}} \right) \left(\frac{P_{C,t}}{P_{C,t+1}} \right) \left(\frac{C_t^O - \frac{\gamma^t \sum_{j=1}^3 \psi_j^O (h_{j,t}^O)^{1+\varepsilon}}{1+\varepsilon}}{C_{t+1}^O - \frac{\gamma^{t+1} \sum_{j=1}^3 \psi_j^O (h_{j,t+1}^O)^{1+\varepsilon}}{1+\varepsilon}} \right) R_t \quad [60] \\
\Omega_t = & \left\{ (1+\tau_{C,t}) \left(C_t^O - \frac{\gamma^t \sum_{j=1}^3 \psi_j^O (h_{j,t}^O)^{1+\varepsilon}}{1+\varepsilon} \right) \right\}^{-1} \quad [61]
\end{aligned}$$

Agregación del sector privado

$$\begin{aligned}
C_{P,t} &= \lambda C_t^{NO} + (1-\lambda)C_t^O & [62] \\
I_{i,t} &= (1-\lambda)I_{i,t}^O \quad \forall i & [63]-[65] \\
I_{P,t} &= I_{1,t} + I_{2,t} + I_{3,t} & [66] \\
h_{i,t} &= \lambda h_{i,t}^{NO} + (1-\lambda)h_{i,t}^O \quad \forall i & [67]-[69] \\
h_t &= h_{1,t} + h_{2,t} + h_{3,t} & [70] \\
K_{i,t} &= (1-\lambda)K_{i,t}^O \quad \forall i & [71]-[73] \\
B_{P,t} &= (1-\lambda)B_t^O & [74] \\
D_{P,t}^* &= (1-\lambda)D_t^* & [75] \\
T_{P,t} &= \lambda T_t^{NO} + (1-\lambda)T_t^O & [76] \\
V_{P,t} &= (1-\lambda)V_t^O & [77]
\end{aligned}$$

Gobierno

$$\begin{aligned}
P_{I,t}I_{G,t} &= g_{I,t}PIB_t^N & [78] \\
K_{G,t} &= (1-\delta_G)K_{G,t-1} + I_{G,t} - \frac{\eta_G}{2} \left(\frac{I_{G,t}}{K_{G,t-1}} - \gamma + (1-\delta_G) \right)^2 K_{G,t-1} & [79] \\
P_{G,t}G_t &= g_{C,t}PIB_t^N & [80] \\
B_{G,t} &= g_{F,t}F_t & [81] \\
S_t D_{G,t}^* &= (1-g_{F,t})F_t & [82]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_t = & P_{G,t}G_t + P_{I,t}I_{G,t} + R_{t-1}^W S_t D_{G,t-1}^* + R_{t-1}B_{G,t-1} + T_{G,t} \\
& - v_t P_{C,t} u_{3,t} K_{3,t-1} - \tau_{I,t} P_{I,t} I_{P,t} \\
& - \tau_{N,t} P_{C,t} (1 - \lambda) \left(\sum_i W_{i,t} h_{i,t}^o \right) \\
& - \tau_{K,t} P_{C,t} (1 - \lambda) \left(\sum_i u_{i,t} K_{i,t-1}^o \right) - \tau_{C,t} P_{C,t} (1 - \lambda) C_t^o \\
& - P_{M,t} \left(\sum_i \tau_{i,t}^{MX} M_{i,t} + \tau_{C,t}^M M_{C,t} + \tau_{I,t}^M M_{I,t} \right) \\
& - \sum_i \tau_{i,t}^X \sum_j P P_{j,t} X_{j,i,t}
\end{aligned} \tag{83}$$

Exportaciones e importaciones

$$E_{C,t} = A_X \left[\frac{P_{C,t}}{S_t P_{C,t}^*} \right]^{-\varsigma} Y_t^* \tag{84}$$

$$E_t = A_E (E_{C,t})^{\mu_E} (E_t^{oil})^{1-\mu_E} \tag{85}$$

$$P_{E,t} = (P_{C,t})^{\mu_E} (S_t P_t^{*oil})^{1-\mu_E} \tag{86}$$

$$M_t = \sum_{i=1}^3 M_{i,t} + M_{C,t} + M_{I,t} \tag{87}$$

$$BC_t = P_{E,t} E_t - P_{M,t} M_t = P_{C,t} E_{C,t} + S_t P_t^{*oil} E_t^{oil} - P_{M,t} \left(\sum_{i=1}^3 M_{i,t} + M_{C,t} + M_{I,t} \right) \tag{88}$$

$$TCR_t = \frac{S_t P_{C,t}^*}{P_{C,t}} \tag{89}$$

$$TI_t = \frac{P_{E,t}}{P_{M,t}} \tag{90}$$

Tasa de interés y prima de riesgo

$$R_t^W = R_t^* \rho_t \tag{91}$$

$$\rho_t = A_\rho \exp \left[\rho \left\{ \left(\frac{S_t (D_{P,t-1}^* + D_{G,t-1}^*)}{PIB_t^N} \right) - dep \right\} \right] \tag{92}$$

Regla fiscal y regla monetaria

$$g_{C,t} = \mathbb{I}_{G,t} g_{C,t}^{exo} + (1 - \mathbb{I}_{G,t}) g_{C,t-1} \left[\frac{\left(\frac{S_t D_{G,t-1}^* + B_{G,t-1}}{PIB_t^N} \right)^{-\sigma}}{dpp} \right] \tag{93}$$

$$R_t = \mathbb{I}_{M,t} R_t^{exo} + (1 - \mathbb{I}_{M,t}) \left[(1 - \varrho) R \left(\frac{\pi_{C,t}}{\pi_C} \right)^l + \varrho R_{t-1} \right] \tag{94}$$

PIB nominal y real

$$PIB_t^N = P_{C,t} C_{P,t} + P_{I,t} (I_{P,t} + I_{G,t}) + P_{G,t} G_t + P_{E,t} E_t - P_{M,t} M_t \tag{95}$$

$$PIB_t^R = \gamma_{PIB,t} PIB_{t-1}^R \tag{96}$$

$$\gamma_{PIB,t} = \frac{P_{C,t-1} C_{P,t-1} + P_{I,t-1} (I_{P,t-1} + I_{G,t-1}) + P_{G,t-1} G_{t-1} + P_{E,t-1} E_{t-1} - P_{M,t-1} M_{t-1}}{P_{C,t-1} C_{P,t-1} + P_{I,t-1} (I_{P,t-1} + I_{G,t-1}) + P_{G,t-1} G_{t-1} + P_{E,t-1} E_{t-1} - P_{M,t-1} M_{t-1}} \tag{97}$$

$$P_{PIB,t} = \frac{PIB_t^N}{PIB_t^R} \quad [98]$$

Condiciones de equilibrio

$$n_{i,t} = h_{i,t} \quad \forall i \quad [99]-[101]$$

$$Y_{C,t} = C_{P,t} + E_{C,t} + \tau_{C,t}^M \left(\frac{P_{M,t}}{P_{C,t}} \right) M_{C,t} \quad [102]$$

$$Y_{I,t} = I_{P,t} + I_{G,t} + \tau_{I,t}^M \left(\frac{P_{M,t}}{P_{I,t}} \right) M_{I,t} \quad [103]$$

$$Y_{G,t} = G_t \quad [104]$$

$$YY_{1,t} = X_{1,1,t} + X_{1,2,t} + X_{1,3,t} + Y_{1,t} \quad [105]$$

$$YY_{2,t} = X_{2,1,t} + X_{2,2,t} + X_{2,3,t} + Y_{2,t} \quad [106]$$

$$YY_{3,t} = X_{3,1,t} + X_{3,2,t} + X_{3,3,t} + E_t^{oil} \quad [107]$$

$$Y_{D,t} = D_{C,t} + D_{I,t} \quad [108]$$

$$Y_{1,t} = P_{1,t} Z_{1,t} \quad [109]$$

$$Y_{2,t} = P_{2,t} (Z_{2,t} + Z_{G,t}) \quad [110]$$

$$T_{P,t} = T_{G,t} \quad [111]$$

$$V_{P,t} = V_{G,t} \quad [112]$$

$$B_{P,t} = B_{G,t} \quad [113]$$

$$(D_{P,t}^* + D_{G,t}^*) S_t = R_{t-1}^W (D_{P,t-1}^* + D_{G,t-1}^*) S_t + P_{M,t} M_t - P_{E,t} E_t \quad [114]$$

B. Sistema Estacionarizado

Firmas sectoriales, $\forall i, i = \{1,2,3\}$:

$$u_{i,t} = (pp_{i,t} - (1 + \tau_{i,t}^X) \sum_j \chi_{ji} pp_{j,t} - \chi_{Mi} (1 + \tau_{i,t}^{MX}) p_{M,t}) \frac{\alpha_i \mathcal{Y} \mathcal{Y}_{i,t}}{(1-\lambda) k_{i,t-1}^O} \quad [1]-[3]$$

$$w_{i,t} = (pp_{i,t} - (1 + \tau_{i,t}^X) \sum_j \chi_{ji} pp_{j,t} - \chi_{Mi} (1 + \tau_{i,t}^{MX}) p_{M,t}) \frac{(1-\alpha_i) \mathcal{Y} \mathcal{Y}_{i,t}}{\lambda h_{i,t}^{NO} + (1-\lambda) h_{i,t}^O} \quad [4]-[6]$$

$$y \mathcal{Y}_{i,t} = A_t^i A_t A_i \left(\frac{k_{G,t-1}}{[(1-\lambda) \sum_j k_{j,t-1}^O]^\phi} \right)^\theta \left((1-\lambda) k_{i,t-1}^O \right)^{\alpha_i} (\lambda h_{i,t}^{NO} + (1-\lambda) h_{i,t}^O)^{1-\alpha_i} \quad [7]-[9]$$

$$x_{1,i,t} = \chi_{1i} \mathcal{Y} \mathcal{Y}_{i,t} \quad [10]-[12]$$

$$x_{2,i,t} = \chi_{2i} \mathcal{Y} \mathcal{Y}_{i,t} \quad [13]-[15]$$

$$x_{3,i,t} = \chi_{3i} \mathcal{Y} \mathcal{Y}_{i,t} \quad [16]-[18]$$

$$m_{i,t} = \chi_{Mi} \mathcal{Y} \mathcal{Y}_{i,t} \quad [19]-[21]$$

$$pp_{3,t} = p_t^{*oil} TCR_t \quad [22]$$

Mayoristas, minoristas e importadores, $i = \{1,2\}$:

$$p_{i,t} = \left\{ \frac{(\varphi - 1)}{\varphi} + \frac{\xi_i}{\varphi} \left(\frac{\pi_{i,t}}{\pi_C} - 1 \right) \left(\frac{\pi_{i,t}}{\pi_C} \right) - \beta \frac{\xi_i \widehat{\Omega}_{t+1}}{\varphi \widehat{\Omega}_t} \left(\frac{\pi_{i,t+1}}{\pi_C} - 1 \right) \left(\frac{\pi_{i,t+1}}{\pi_C} \right) \left(\frac{\pi_{i,t+1}}{\pi_{C,t+1}} \right) \left(\frac{y_{i,t+1}}{y_{i,t}} \right) \right\}^{-1} pp_{i,t} \quad [23]-[24]$$

$$p_{M,t} = \left\{ \frac{(\varphi - 1)}{\varphi} + \frac{\xi_M}{\varphi} \left(\frac{\pi_{M,t}}{\pi_C} - 1 \right) \left(\frac{\pi_{M,t}}{\pi_C} \right) - \beta \frac{\xi_M \widehat{\Omega}_{t+1}}{\varphi \widehat{\Omega}_t} \left(\frac{\pi_{M,t+1}}{\pi_C} - 1 \right) \left(\frac{\pi_{M,t+1}}{\pi_C} \right) \left(\frac{\pi_{M,t+1}}{\pi_{C,t+1}} \right) \left(\frac{m_{t+1}}{m_t} \right) \right\}^{-1} TCR_t p_{M,t}^* \quad [25]$$

$$\pi_{i,t} = \frac{p_{i,t}}{p_{i,t-1}} \pi_{C,t} \quad [26]-[27]$$

$$\pi_{M,t} = \frac{p_{M,t}}{p_{M,t-1}} \pi_{C,t} \quad [28]$$

El bien dom3stico

$$z_{1,t} = \mu_D A_D \omega_D^{-1} \left[\frac{p_{1,t}}{p_{D,t}} \right]^{-\omega_D} y_{D,t} \quad [29]$$

$$z_{2,t} = (1 - \mu_D) A_D \omega_D^{-1} \left[\frac{p_{2,t}}{p_{D,t}} \right]^{-\omega_D} y_{D,t} \quad [30]$$

$$p_{D,t} = A_D^{-1} \left[\mu_D (p_{1,t})^{1-\omega_D} + (1 - \mu_D) (p_{2,t})^{1-\omega_D} \right]^{\frac{1}{1-\omega_D}} \quad [31]$$

El bien de inversi3n

$$d_{I,t} = \mu_I A_I \omega_I^{-1} \left[\frac{p_{D,t}}{p_{I,t}} \right]^{-\omega_I} y_{I,t} \quad [32]$$

$$m_{I,t} = (1 - \mu_I) A_I^{\omega_I - 1} \left[\frac{(1 + \tau_{I,t}^M) p_{M,t}}{p_{I,t}} \right]^{-\omega_I} y_{I,t} \quad [33]$$

$$p_{I,t} = A_I^{-1} \left[\mu_I (p_{D,t})^{1-\omega_I} + (1 - \mu_I) \left((1 + \tau_{I,t}^M) p_{M,t} \right)^{1-\omega_I} \right]^{\frac{1}{1-\omega_I}} \quad [34]$$

El bien de consumo

$$d_{C,t} = \mu_C A_C^{\omega_C - 1} [p_{D,t}]^{-\omega_C} y_{C,t} \quad [35]$$

$$m_{C,t} = (1 - \mu_C) A_C^{\omega_C - 1} [(1 + \tau_{C,t}^M) p_{M,t}]^{-\omega_C} y_{C,t} \quad [36]$$

$$1 = A_C^{-1} \left[\mu_C (p_{D,t})^{1-\omega_C} + (1 - \mu_C) \left((1 + \tau_{C,t}^M) p_{M,t} \right)^{1-\omega_C} \right]^{\frac{1}{1-\omega_C}} \quad [37]$$

El bien de consumo del gobierno

$$y_{G,t} = A_G z_{G,t} \quad [38]$$

$$p_{G,t} = \frac{p_{Z,t}}{A_G} \quad [39]$$

Familias No-Ricardianas

$$c_t^{NO} = \left(1 - \left(\frac{R_t}{\pi_{C,t}} - \gamma_{L,t} \right) \ell_t \right) \left(\sum_i w_{i,t} h_{i,t}^{NO} \right) + t_t^{NO} \quad [40]$$

$$\ell_{t+1} = \ell_t \left(\frac{\gamma_{L,t}}{\gamma} \right) \left(\frac{\sum_i w_{i,t} h_{i,t}^{NO}}{\sum_i w_{i,t+1} h_{i,t+1}^{NO}} \right) \quad [41]$$

$$\psi_i^{NO} (h_{i,t}^{NO})^\varepsilon = \left(1 - \ell_t \left(\frac{R_t}{\pi_{C,t}} - \gamma_{L,t} \right) \right) w_{i,t} \quad \forall i \quad [42]-[44]$$

Familias Ricardianas

$$\gamma k_{i,t}^O = (1 - \delta_i) k_{i,t-1}^O + i_{i,t}^O - \frac{\eta_i}{2} \left(\frac{i_{i,t}^O}{k_{i,t-1}^O} - \gamma + (1 - \delta_i) \right)^2 k_{i,t-1}^O \quad \forall i \quad [45]-[47]$$

$$\psi_i^O (h_{i,t}^O)^\varepsilon = \left(\frac{1 - \tau_{N,t}}{1 + \tau_{C,t}} \right) w_{i,t} \quad \forall i \quad [48]-[50]$$

$$\left[\frac{\left(\frac{1 + \tau_{I,t}}{1 + \tau_{C,t}} \right) p_{I,t}}{c_t^O - \frac{\sum_j \psi_j^O (h_{j,t}^O)^{1+\varepsilon}}{1+\varepsilon}} \left[1 - \eta_i \left(\frac{i_{i,t}^O}{k_{i,t-1}^O} - \gamma + (1 - \delta_i) \right) \right] \right] = \left[\frac{(\beta/\gamma)}{c_{t+1}^O - \frac{\sum_j \psi_j^O (h_{j,t+1}^O)^{1+\varepsilon}}{1+\varepsilon}} \right] \left\{ \left(\frac{1 - \tau_{K,t+1}}{1 + \tau_{C,t+1}} \right) u_{i,t+1} + \right. \\ \left. \frac{\left(\frac{1 + \tau_{I,t+1}}{1 + \tau_{C,t+1}} \right) p_{I,t+1}}{\left[1 - \eta_i \left(\frac{i_{i,t+1}^O}{k_{i,t}^O} - \gamma + (1 - \delta_i) \right) \right]} \left[1 - \delta_i - \frac{\eta_i}{2} \left(\frac{i_{i,t+1}^O}{k_{i,t}^O} - \gamma + (1 - \delta_i) \right)^2 + \eta_i \left(\frac{i_{i,t+1}^O}{k_{i,t}^O} - \gamma + (1 - \delta_i) \right) \frac{i_{i,t+1}^O}{k_{i,t}^O} \right] \right\} \quad \forall i \quad [51]-[53]$$

$$1 = \left(\frac{\beta}{\gamma}\right) \left(\frac{1 + \tau_{C,t}}{1 + \tau_{C,t+1}}\right) \left(\frac{c_t^o - \frac{\sum_j \psi_j^o (h_{j,t}^o)^{1+\varepsilon}}{1 + \varepsilon}}{c_{t+1}^o - \frac{\sum_j \psi_j^o (h_{j,t+1}^o)^{1+\varepsilon}}{1 + \varepsilon}}\right) \frac{TCR_{t+1} R_t^W}{TCR_t \pi_{C,t+1}^*} \quad [54]$$

$$1 = \left(\frac{\beta}{\gamma}\right) \left(\frac{1 + \tau_{C,t}}{1 + \tau_{C,t+1}}\right) \left(\frac{c_t^o - \frac{\sum_j \psi_j^o (h_{j,t}^o)^{1+\varepsilon}}{1 + \varepsilon}}{c_{t+1}^o - \frac{\sum_j \psi_j^o (h_{j,t+1}^o)^{1+\varepsilon}}{1 + \varepsilon}}\right) \frac{R_t}{\pi_{C,t+1}} \quad [55]$$

$$\hat{\Omega}_t = \left\{ (1 + \tau_{C,t}) \left(c_t^o - \frac{\sum_j \psi_j^o (h_{j,t}^o)^{1+\varepsilon}}{1 + \varepsilon} \right) \right\}^{-1} \quad [56]$$

Gobierno

$$p_{I,t} i_{G,t} = g_{I,t} p_{IB,t}^R p_{PIB,t} \quad [57]$$

$$\gamma k_{G,t} = (1 - \delta_G) k_{G,t-1} + i_{G,t} - \frac{\eta_G}{2} \left(\frac{i_{G,t}}{k_{G,t-1}} - \gamma + (1 - \delta_G) \right)^2 k_{G,t-1} \quad [58]$$

$$p_{G,t} g_t = g_{C,t} p_{IB,t}^R p_{PIB,t} \quad [59]$$

$$\gamma b_{G,t} = g_{F,t} f_t \quad [60]$$

$$\gamma d_{G,t}^* TCR_t = (1 - g_{F,t}) f_t \quad [61]$$

$$\begin{aligned} f_t = & p_{G,t} g_t + p_{I,t} i_{G,t} + \left(\frac{R_{t-1}^W}{\pi_{C,t}^*}\right) d_{G,t-1}^* TCR_t + \left(\frac{R_{t-1}}{\pi_{C,t}}\right) b_{G,t-1} + t_{G,t} \\ & - \tau_{C,t} (1 - \lambda) c_t^o - \tau_{I,t} p_{I,t} (1 - \lambda) \left(\sum_i i_{i,t}^o\right) \\ & - \tau_{N,t} (1 - \lambda) \left(\sum_i w_{i,t} h_{i,t}^o\right) - \tau_{K,t} (1 - \lambda) \left(\sum_i u_{i,t} k_{i,t-1}^o\right) \\ & - p_{M,t} \left(\sum_i \tau_{i,t}^{MX} m_{i,t} + \tau_{C,t}^M m_{C,t} + \tau_{I,t}^M m_{I,t}\right) \\ & - \sum_i \tau_{i,t}^X \sum_j p p_{j,t} x_{j,i,t} - v_t u_{3,t} (1 - \lambda) k_{3,t-1}^o \end{aligned} \quad [62]$$

Exportaciones e importaciones

$$e_{C,t} = A_X \left[\frac{1}{TCR_t} \right]^{-\varsigma} y_t^* \quad [63]$$

$$e_t = A_E (e_{C,t})^{\mu_E} (e_t^{oil})^{1-\mu_E} \quad [64]$$

$$p_{E,t} = (1)^{\mu_E} (p_t^{*oil} TCR_t)^{1-\mu_E} \quad [65]$$

$$m_t = \sum_i m_{i,t} + m_{C,t} + m_{I,t} \quad [66]$$

$$bc_t = p_{E,t} e_t - p_{M,t} m_t = e_{C,t} + p_t^{*oil} e_t^{oil} TCR_t - p_{M,t} \left(\sum_i m_{i,t} + m_{C,t} + m_{I,t}\right) \quad [67]$$

$$TI_t = \frac{p_{E,t}}{p_{M,t}} \quad [68]$$

Tasa de interés y prima de riesgo

$$R_t^W = R_t^* A_\rho \exp \left[\rho \left\{ \left(\frac{TCR_t (d_{P,t-1}^* + d_{G,t-1}^*)}{pib_t^R p_{PIB,t}} \right) - dep \right\} \right] \quad [69]$$

Regla fiscal y regla monetaria

$$g_{C,t} = \mathbb{I}_{G,t} g_{C,t}^{exo} + (1 - \mathbb{I}_{G,t}) g_{C,t-1} \left[\frac{\left(\frac{TCR_t d_{G,t-1}^* + b_{G,t-1}}{pib_t^R p_{PIB,t}} \right)^{-\sigma}}{dpp} \right] \quad [70]$$

$$R_t = \mathbb{I}_{M,t} R_t^{exo} + (1 - \mathbb{I}_{M,t}) \left[(1 - \varrho) R \left(\frac{\pi_{C,t}}{\pi_C} \right)^l + \varrho R_{t-1} \right] \quad [71]$$

PIB nominal y real

$$pib_t^R p_{PIB,t} = (\lambda c_t^{NO} + (1 - \lambda) c_t^O) + p_{I,t} \left((1 - \lambda) \left(\sum_i i_{i,t}^O \right) + I_{G,t} \right) + p_{G,t} g_t + p_{E,t} e_t - p_{M,t} m_t \quad [72]$$

$$\gamma \left[\frac{Y_{PIB,t} = (\lambda c_t^{NO} + (1 - \lambda) c_t^O) + p_{I,t-1} \left((1 - \lambda) \sum_i i_{i,t}^O + i_{G,t} \right) + p_{G,t-1} g_t + p_{E,t-1} e_t - p_{M,t-1} m_t}{(\lambda c_{t-1}^{NO} + (1 - \lambda) c_{t-1}^O) + p_{I,t-1} \left((1 - \lambda) \sum_i i_{i,t-1}^O + i_{G,t-1} \right) + p_{G,t-1} g_{t-1} + p_{E,t-1} e_{t-1} - p_{M,t-1} m_{t-1}} \right] \quad [73]$$

$$pib_t^R = \left(\frac{Y_{PIB,t}}{\gamma} \right) pib_{t-1}^R \quad [74]$$

Condiciones de equilibrio

$$y_{C,t} = \lambda c_t^{NO} + (1 - \lambda) c_t^O + e_{C,t} + \tau_{C,t}^M p_{M,t} m_{C,t} \quad [75]$$

$$y_{I,t} = (1 - \lambda) \sum_i i_{i,t}^O + i_{G,t} + \tau_{I,t}^M \left(\frac{p_{M,t}}{p_{I,t}} \right) m_{I,t} \quad [76]$$

$$y_G = g_t \quad [77]$$

$$yy_{1,t} = x_{1,1,t} + x_{1,2,t} + x_{1,3,t} + y_{1,t} \quad [78]$$

$$yy_{2,t} = x_{2,1,t} + x_{2,2,t} + x_{2,3,t} + y_{2,t} \quad [79]$$

$$yy_{3,t} = x_{3,1,t} + x_{3,2,t} + x_{3,3,t} + e_t^{oil} \quad [80]$$

$$y_{D,t} = d_{C,t} + d_{I,t} \quad [81]$$

$$y_{1,t} = p_{1,t} z_{1,t} \quad [82]$$

$$y_{2,t} = p_{2,t} (z_{2,t} + z_{G,t}) \quad [83]$$

$$\gamma (d_{P,t}^* + d_{G,t}^*) TCR_t = \frac{R_{t-1}^W}{\pi_{C,t}^*} (d_{P,t-1}^* + d_{G,t-1}^*) TCR_t + p_{M,t} m_t - p_{E,t} e_t \quad [84]$$

Las siguientes son las 84 variables endógenas:

Variables de precios (25):

$\pi_{C,t}$	$p_{PIB,t}$	R_t	R_t^W	TCR_t	TI_t	$p_{I,t}$	$p_{E,t}$
$\pi_{M,t}$	$p_{1,t}$	$p_{2,t}$	$\pi_{1,t}$	$\pi_{2,t}$	$p_{M,t}$	$p_{D,t}$	$w_{1,t}$
$w_{2,t}$	$w_{3,t}$	$pp_{1,t}$	$pp_{2,t}$	$pp_{3,t}$	$u_{1,t}$	$u_{2,t}$	$u_{3,t}$
$p_{G,t}$							

Variables del sector externo (7)

bc_t	e_t	m_t	$e_{C,t}$	e_t^{oil}	$m_{I,t}$	$m_{C,t}$
--------	-------	-------	-----------	-------------	-----------	-----------

Variables fiscales (7)

g_t	$i_{G,t}$	$g_{C,t}$	f_t	$b_{G,t}$	$d_{G,t}^*$	$k_{G,t}$
-------	-----------	-----------	-------	-----------	-------------	-----------

Otras variables macro (14)

$\gamma_{PIB,t}$	PIB_t^R	c_t^{NO}	c_t^O	$y_{C,t}$	$y_{I,t}$	$y_{G,t}$
$d_{P,t}^*$	ℓ_t	$d_{C,t}$	$d_{I,t}$	$y_{D,t}$	$\hat{\Omega}_t$	$z_{G,t}$

Agregados sectoriales (31):

$yy_{1,t}$	$yy_{2,t}$	$yy_{3,t}$
$k_{1,t}^O$	$k_{2,t}^O$	$k_{3,t}^O$
$h_{1,t}^{NO}$	$h_{2,t}^{NO}$	$h_{3,t}^{NO}$
$h_{1,t}^O$	$h_{2,t}^O$	$h_{3,t}^O$
$i_{1,t}^O$	$i_{2,t}^O$	$i_{3,t}^O$
$x_{1,1,t}$	$x_{1,2,t}$	$x_{1,3,t}$
$x_{2,1,t}$	$x_{2,2,t}$	$x_{2,3,t}$
$x_{3,1,t}$	$x_{3,2,t}$	$x_{3,3,t}$
$m_{1,t}$	$m_{2,t}$	$m_{3,t}$
$y_{1,t}$	$y_{2,t}$	
$z_{1,t}$	$z_{2,t}$	

C. Estado Estacionario

Firmas sectoriales, $\forall i, i = \{1,2,3\}$:

$$\frac{(1-\lambda)u_i k_i^O}{yy_i} = \alpha_i (1 - (1 + \tau_i^X) \sum_j \chi_{ji} - \chi_{Mi} (1 + \tau_i^{MX})) \quad [\text{A1}]-[\text{A3}]$$

$$\frac{(\lambda h_i^{NO} + (1-\lambda)h_i^O)w_i}{yy_i} = (1 - \alpha_i) (1 - (1 + \tau_i^X) \sum_j \chi_{ji} - \chi_{Mi} (1 + \tau_i^{MX})) \quad [\text{A4}]-[\text{A6}]$$

$$yy_i = A_i \left(\frac{k_G}{[(1-\lambda)\sum_j k_j^O]^\phi} \right)^\theta \left((1-\lambda)k_i^O \right)^{\alpha_i} (\lambda h_i^{NO} + (1-\lambda)h_i^O)^{1-\alpha_i} \quad [\text{A7}]-[\text{A9}]$$

$$x_{1,i} = \chi_{1i} yy_i \quad [\text{A10}]-[\text{A12}]$$

$$x_{2,i} = \chi_{2i} yy_i \quad [\text{A13}]-[\text{A15}]$$

$$x_{3,i} = \chi_{3i} yy_i \quad [\text{A16}]-[\text{A18}]$$

$$m_i = \chi_{Mi} yy_i \quad [\text{A19}]-[\text{A21}]$$

Mayoristas, minoristas e importadores, $i = \{1,2\}$:

$$p_i = \left(\frac{\varphi}{\varphi - 1} \right) \quad [\text{A22}]-[\text{A23}]$$

$$p_M = \left(\frac{\varphi}{\varphi - 1} \right) \quad [24]$$

$$\pi_i = \pi_C \quad [\text{A25}]-[\text{A26}]$$

$$\pi_M = \pi_C \quad [\text{A27}]$$

El bien doméstico

$$z_1 = \mu_D A_D^{\omega_D - 1} y_D \quad [\text{A28}]$$

$$z_2 = (1 - \mu_D) A_D^{\omega_D - 1} y_D \quad [\text{A29}]$$

$$1 = A_D^{-1} [\mu_D (p_1)^{1-\omega_D} + (1 - \mu_D) (p_2)^{1-\omega_D}]^{\frac{1}{1-\omega_D}} \quad [\text{A30}]$$

El bien de inversión

$$d_I = \mu_I A_I^{\omega_I - 1} y_I \quad [\text{A31}]$$

$$m_I = (1 - \mu_I) A_I^{\omega_I - 1} (1 + \tau_I^M)^{-\omega_I} y_I \quad [\text{A32}]$$

$$1 = A_I^{-1} [\mu_I (1)^{1-\omega_I} + (1 - \mu_I) (1 + \tau_I^M)^{1-\omega_I}]^{\frac{1}{1-\omega_I}} \quad [\text{A33}]$$

El bien de consumo

$$d_C = \mu_C A_C^{\omega_C - 1} y_C \quad [\text{A34}]$$

$$m_C = (1 - \mu_C) A_C^{\omega_C - 1} (1 + \tau_C^M)^{-\omega_C} y_C \quad [\text{A35}]$$

$$1 = A_C^{-1} [\mu_C (1)^{1-\omega_C} + (1 - \mu_C) (1 + \tau_C^M)^{1-\omega_C}]^{\frac{1}{1-\omega_C}} \quad [\text{A36}]$$

El bien de consumo del gobierno

$$y_G = A_G z_G \quad [\text{A37}]$$

$$p_G = \frac{p_2}{A_G} \quad [\text{A38}]$$

Familias No-Ricardianas

$$c^{NO} = \left(1 - \left(\frac{R}{\pi_C} - \gamma_L\right)\ell\right) \left(\sum_i w_i h_i^{NO}\right) + t^{NO} \quad [\text{A39}]$$

$$\gamma_L = \gamma \quad [\text{A40}]$$

$$\psi_i^{NO}(h_i^{NO})^\varepsilon = \left(1 - \left(\frac{R}{\pi_C} - \gamma_L\right)\ell\right) w_i \quad \forall i \quad [\text{A41}]-[\text{A43}]$$

Familias Ricardianas

$$\frac{i_i^O}{k_i^O} = \gamma - (1 - \delta_i) \quad \forall i \quad [\text{A44}]-[\text{A46}]$$

$$\psi_i^O(h_i^O)^\varepsilon = \left(\frac{1 - \tau_N}{1 + \tau_C}\right) w_i \quad \forall i \quad [\text{A47}]-[\text{A49}]$$

$$\frac{\gamma}{\beta} = \left(\frac{1 - \tau_K}{1 + \tau_I}\right) u_i + (1 - \delta_i) \quad \forall i \quad [\text{A50}]-[\text{A52}]$$

$$\frac{\gamma}{\beta} = \frac{R^W}{\pi_C^*} \quad [\text{A53}]$$

$$\frac{\gamma}{\beta} = \frac{R}{\pi_C} \quad [\text{A54}]$$

$$\hat{\Omega} = \left\{ (1 + \tau_C) \left(c^O - \frac{\sum_j \psi_j^O (h_j^O)^{1+\varepsilon}}{1 + \varepsilon} \right) \right\}^{-1} \quad [\text{A55}]$$

Gobierno

$$i_G = g_I \text{PIB}^R \quad [\text{A56}]$$

$$\frac{i_G}{k_G} = \gamma - (1 - \delta_G) \quad [\text{A57}]$$

$$g = g_C \text{PIB}^R \quad [\text{A58}]$$

$$\gamma b_G = g_F f \quad [\text{A59}]$$

$$\gamma d_G^* = (1 - g_F) f \quad [\text{A60}]$$

$$f = g_t + i_G + \left(\frac{R^W}{\pi_C^*}\right) d_G^* + \left(\frac{R}{\pi_C}\right) b_G + t_G - \tau_C(1 - \lambda)c^O - \tau_I(1 - \lambda)(\sum_i i_i^O) - \tau_N(1 - \lambda)(\sum_i w_i h_i^O) - (\sum_i \tau_i^{MX} m_i + \tau_C^M m_C + \tau_I^M m_I) - \sum_i \tau_i^X \sum_j p p_j x_{j,i} - \tau_K(1 - \lambda)(\sum_i u_i k_i^O) - v u_3(1 - \lambda) k_3^O \quad [\text{A61}]$$

Exportaciones e importaciones

$$e_C = A_X \quad [\text{A62}]$$

$$e = A_E (e_C)^{\mu_E} (e^{oil})^{1 - \mu_E} \quad [\text{A63}]$$

$$m = \sum_i m_i + m_C + m_I \quad [\text{A64}]$$

$$bc = e - m = e_C + e^{oil} - \left(\sum_i m_i + m_C + m_I\right) \quad [\text{A65}]$$

Tasa de interés y prima de riesgo

$$R^W = R^* A_\rho \quad [\text{A66}]$$

PIB nominal y real

$$pib^R = (\lambda c^{No} + (1 - \lambda)c^O) + \left((1 - \lambda) \left(\sum_i i_i^O \right) + I_G \right) + g + e - m \quad [A67]$$

$$\gamma_{PIB} = \gamma \quad [A68]$$

Condiciones de equilibrio

$$y_C = \lambda c^{No} + (1 - \lambda)c^O + e_C + \tau_C^M m_C \quad [A69]$$

$$y_I = (1 - \lambda) \sum_i i_i^O + i_G + \tau_I^M m_I \quad [A70]$$

$$y_G = g \quad [A71]$$

$$yy_1 = x_{1,1} + x_{1,2} + x_{1,3} + y_1 \quad [A72]$$

$$yy_2 = x_{2,1} + x_{2,2} + x_{2,3} + y_2 \quad [A73]$$

$$yy_3 = x_{3,1} + x_{3,2} + x_{3,3} + e^{oil} \quad [A74]$$

$$y_D = d_C + d_I \quad [A75]$$

$$y_1 = p_1 z_1 \quad [A76]$$

$$y_2 = p_2 (z_2 + z_G) \quad [A77]$$

$$\left(\gamma - \frac{R^W}{\pi_C^*} \right) (d_P^* + d_C^*) = m - e \quad [A78]$$